

Elektromagnetische Felder und Wellen: Klausur 2017-1

Aufgabe 1: Aufgabe 2: Aufgabe 3: Σ

Aufgabe 4: Aufgabe 5: Aufgabe 6: Σ

Aufgabe 7: Aufgabe 8: Aufgabe 9: Σ

Gesamtpunktzahl:

Ergebnis:

Bemerkungen:

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Sind die unten genannten Aussagen wahr oder falsch? Begründen Sie Ihre Entscheidung kurz.

1. Die Gleichungen für das elektrische und das magnetische Feld in der Elektro- und Magnetostatik sind entkoppelt.
2. Die Gültigkeit der Gleichung $\vec{\nabla} \circ \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} \rho = 0$ ist äquivalent zur Ladungserhaltung.
3. Die Normalkomponente des elektrischen Feldes an einer Grenzfläche ist immer stetig.
4. Das magnetische Feld eines zeitlich veränderlichen Stroms lässt sich mit dem Gesetz von Biot-Savart berechnen.
5. Bei der Coulomb Eichung wird das magnetische Vektorpotential so gewählt, dass dessen Rotation verschwindet.
6. Das Potential einer Punktladung im Vakuum lässt sich mit der Laplace-Gleichung $\Delta V\{\vec{r}\} = 0$ bestimmen.
7. Die dielektrische Verschiebung \vec{D} beinhaltet neben dem elektrischen Feld die Magnetisierung der Materie.
8. Der Winkel der reflektierten Welle zur Normalen einer Grenzfläche zwischen zwei Medien nimmt mit größer werdendem Brechungsindex des Mediums, in dem die Welle auf die Grenzfläche trifft, zu.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Leiten Sie die Dispersionsrelation für ebene Wellen direkt aus dem Ansatz einer ebenen Welle und der Wellengleichung her.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Im Modell wird ein Wasserstoffatom im Grundzustand als ruhender Kern mit Ladung q im Ursprung betrachtet, wobei dieser von einer kugelförmigen Schale umgeben ist. Die Ladung in der Schale beträgt (im zeitlichen Mittel)

$$-q \left(1 - \left(1 + \frac{2r}{a} + \frac{2r^2}{a^2} \right) \exp \left\{ -\frac{2r}{a} \right\} \right),$$

wobei a der bohrsche Radius ist.

Berechnen Sie das elektrische Feld und die Ladungsdichte im gesamten Raum.

Hinweis:

$$\vec{\nabla} \circ \vec{C} = \frac{1}{r^2 \sin\{\theta\}} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sin\{\theta\} C_r) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r C_\varphi) + \frac{\partial}{\partial \theta} (r \sin\{\theta\} C_\theta) \right]$$

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Welche Bedingung gilt für den Winkel zwischen der reflektierten und der transmittierten Welle, wenn eine ebene Welle im Brewsterwinkel auf eine Grenzfläche zwischen zwei Medien mit unterschiedlichem Brechungsindex trifft. Leiten Sie aus dieser Bedingung das brewstersche Gesetz

$$\tan\{\theta_{i,\text{Brewster}}\} = \frac{n_{\text{tr}}}{n_{\text{in}}}$$

her.

Aufgabe 5 (8 Punkte)

In einem unendlich langen Zylinder vom Radius a fließt der Strom J homogen verteilt. Der Zylinder hat eine exzentrische achsparallele Bohrung vom Radius b , deren Achse um den Abstand $d < a - b$ zur Achse des Zylinders versetzt ist.

Berechnen Sie die magnetische Feldstärke \vec{H} in der Bohrung.

Aufgabe 6 (14 Punkte)

In der Ebene $z = 0$ ist die in Abbildung 1 dargestellte Drahtschleife angeordnet (siehe nächste Seite). Auf der z -Achse fließt ein Linienstrom I_1 in z -Richtung, die Drahtschleife trägt den Strom I_2 , der rechts um die z -Achse fließt. Die Drahtschleife ist um die y -Achse drehbar gelagert. Berechnen Sie die Kraft und das Drehmoment $\vec{r} \times \vec{F}$ auf die Schleife unter der Voraussetzung, dass der Radius des Kreisbogens R ist und die direkt anschließenden geraden Stücke R lang sind.

Hinweise:

Das Drehmoment um eine Achse a errechnet sich mit dem Einheitsvektor \vec{e}_a in Richtung der Achse und $\vec{\rho}_a = (\vec{e}_a \times \vec{r}) \times \vec{e}_a$ aus

$$d\vec{M} = \vec{\rho}_a \times d\vec{F}\{\vec{r}\}$$

$$\int \frac{a}{a^2 + t^2} dt = \arctan\left\{\frac{t}{a}\right\}$$

$$\int \frac{t}{a^2 + t^2} dt = \frac{1}{2} \ln\{a^2 + t^2\}$$

$$\int \frac{t^2}{a^2 + t^2} dt = t - a \arctan\left\{\frac{t}{a}\right\}$$

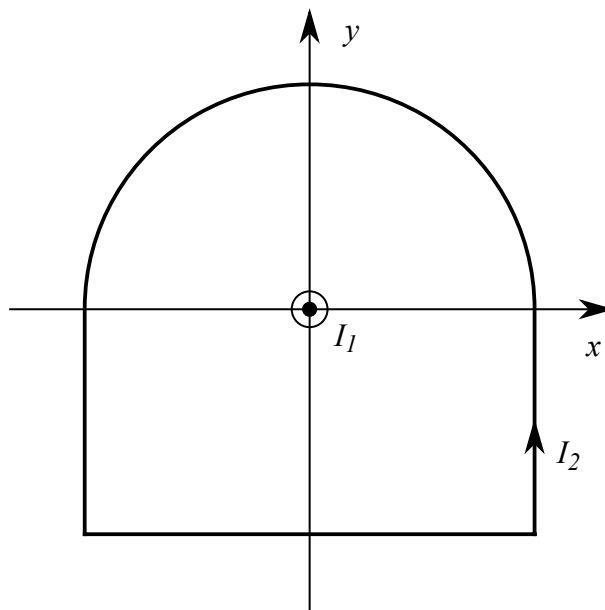


Abbildung 1: Drahtschleife in der x - y -Ebene

Aufgabe 7 (3 Punkte)

Eine TM-polarisierte Welle fällt unter dem Winkel θ_{in} auf eine ideal leitfähige ebene Grenzfläche. Wie lautet das magnetische Feld \vec{H} der reflektierten Welle?

Aufgabe 8 (7 Punkte)

Die magnetische Feldstärke außerhalb eines unendlich langen dielektrischen Zylinders (Radius a , relative Dielektrizitätsszahl ε) lautet

$$\vec{H} = H_0 \frac{a}{\rho} \exp\{i(\beta z - \omega t)\} \vec{e}_\phi$$

Welche elektrische Feldstärke herrscht an der Innenseite der Zylinderoberfläche?

Hinweis

$$\vec{\nabla} \times \vec{C} = \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} C_z - \frac{\partial}{\partial z} C_\phi \right] \vec{e}_\rho + \left[\frac{\partial}{\partial z} C_\rho - \frac{\partial}{\partial \rho} C_z \right] \vec{e}_\phi + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} (\rho C_\phi) - \frac{\partial}{\partial \phi} C_\rho \right] \vec{e}_z$$

Aufgabe 9 (9 Punkte)

Die ebene Welle mit elektrischem Feld

$$\vec{E}_{\text{in}} = E_0(\vec{e}_x + \sqrt{3}\vec{e}_y) \exp\{i(1.5k_0x - 0.5\sqrt{3}k_0y - \omega t)\}$$

läuft in einem unmagnetischen Material und stößt auf die Grenzfläche $x = 0$ zum Vakuum. Wie lautet die elektrische Feldstärke \vec{E}_{tr} der transmittierten Welle?