Elektromagnetische Felder und Wellen: Klausur 2020-2

Aufgabe 1:	Aufgabe 2:	Aufgabe 3:	$\sum$
Aufgabe 4:	Aufgabe 5:	Aufgabe 6:	$\sum$
Aufgabe 7:	Aufgabe 8:	Aufgabe 9:	$\sum$
Aufgabe 10:			$\sum$

Gesamtpunktzahl:

Ergebnis:

Bemerkungen:

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Eine Linienladung mit homogener Ladungsdichte ϱ_{L} liege auf der $z-$Achse des freien Raums. Eine dünne, geerdete Metallplatte schneidet die $x-$Achse bei a, die $y-$Achse bei $b > a$ und die $z-$Achse im Unendlichen. Eine dielektrische Kugel mit Radius a und relativer Dielektrizitätskonstante ε liege am Ort $(2a, 2b, 0)$. Berechnen Sie das elektrische Feld im gesamten Raum.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für den Übergang von einem optisch dichteren, unmagnetischen Medium in ein optisch dünneres, unmagnetisches Medium der Brewsterwinkel immer kleiner gleich dem Grenzwinkel der Totalreflexion ist.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Ein einfach ionisiertes Heliumatom ($m \approx 6{,}64 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$, $q \approx 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$) befindet sich zunächst ruhend bei $\vec{r} = (-1\,\mathrm{cm})\vec{e}_z$. Von dort aus wird es über eine Spannungsdifferenz von $U = 200\,\mathrm{V}$ nach $\vec{r} = 0$ beschleunigt und trifft dort auf ein homogenes Magnetfeld $\vec{B} = (100\,\mathrm{mT})\vec{e}_x$, welches sich auf den Bereich $-10\,\mathrm{cm} \leq x \leq 10\,\mathrm{cm}$, $-10\,\mathrm{cm} \leq y \leq 10\,\mathrm{cm}$ und $0\,\mathrm{cm} \leq z \leq 20\,\mathrm{cm}$ beschränkt.
An welchem Ort verlässt das Teilchen das Magnetfeld wieder? Schätzen Sie das Ergebnis mit den gegebenen Zahlenwerten ab.
Hinweise:

- Was bedeutet es für den Betrag der Geschwindigkeit und somit für die Bahn des Teilchens, dass das Magnetfeld immer senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor steht?

- Zentripetalkraft: $|F_z| = \frac{mv^2}{r}$

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Leiten Sie ausgehend von den Maxwell-Gleichungen in Materie unter der Annahme homogener, linearer, verlustloser Materie **zwei** Wellengleichungen her, welche nur noch das dynamische elektrische Potential Φ_{el}, das magnetische Vektorpotential $\vec{A}$ sowie Strom- und Ladungsdichten enthalten. Zeigen Sie darauf folgend, dass diese beiden Gleichungen im Fall der Lorentz-Eichung in zwei Wellengleichungen, eine für das elektrische Potential und eine für das magnetische Vektorpotential, entkoppeln.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Eine Punktladung der Stärke Q befindet sich im Ursprung vor einer ideal leitfähigen Metallplatte, die durch $x + y = 2\,\mathrm{cm}$ beschrieben wird. Wie groß ist die elektrische Feldstärke im ansonsten freien Raum an der Stelle $(-1,\ 0,\ 0)\,\mathrm{cm}$?

Aufgabe 6 (12 Punkte)

Zwei mit jeweils dem gleichen Strom I durchflossene Linienleiter sind wie in Abbildung 1 angeordnet. Welche Kraft wirkt auf den Leiter mit Länge L?

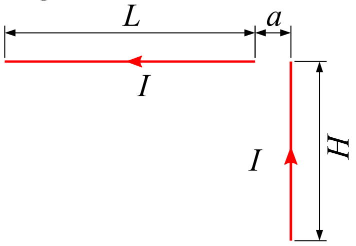

Abbildung 1: T-förmige Anordnung zweier Linienströme mit Stromdichte I.

Aufgabe 7 (8 Punkte)

In einer ebenen, unendlich ausgedehnten, ideal leitfähigen, geerdeten Metallplatte befindet sich ein rechteckiges Loch der Tiefe t. Die Mitte des Lochs fällt mit der z-Achse zusammen, die Ausdehnung in x-Richtung ist a und in y-Richtung b. Die Oberfläche der Platte ist bei $z = 0$. Als Ansatz für das elektrostatische Potenzial im Loch wird

$$V = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{m,n} \sin\{k_x\{m\}x\} \sin\{k_y\{n\}y\} \sinh\{k_z(z - z_0)\}$$

herangezogen. Wie müssen die Koeffizienten k_x, k_y, k_z und z_0 gewählt werden, so dass alle Randbedingungen und die Laplacegleichung erfüllt sind?

Aufgabe 8 (2 Punkte)

Wie ist die Welle

$$\vec{H} = H_0 \left(\exp\{i(\beta z + \omega t - \pi/4)\}\vec{e}_x - 0{,}5\exp\{i(\beta z + \omega t + 3\pi/4)\}\vec{e}_y\right)$$

polarisiert?

Aufgabe 9 (2 Punkte)

Eine ebene Welle fällt unter dem Brewsterwinkel auf die Grenzfläche zwischen zwei unmagnetischen Medien. Die Welle bewegt sich im Medium mit Brechzahl n_1, im angrenzenden Medium herrscht die Brechzahl n_2. Wie groß ist der Reflexionsfaktor des TE-Anteils?

Aufgabe 10 (8 Punkte)

Eine ebene Welle fällt auf die Grenzfläche $y = 0$. Sie bewegt sich im unmagnetischen Medium mit $\varepsilon = 2{,}5$. Im angrenzenden Medium wird die magnetische Feldstärke

$$\vec{H} = H_0(\vec{e}_y - \vec{e}_x)\exp\{i(k_0(x + y) - \omega t)\}$$

gemessen. Wie lautet die elektrische Feldstärke der einfallenden Welle?

Hinweise

$$\int \frac{1}{a^2+t^2}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{a}\arctan\left\{\frac{t}{a}\right\} \tag{1}$$

$$\int \frac{t}{a^2+t^2}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\ln\left\{\frac{t}{a}\right\} \tag{2}$$

$$\int \frac{t^2}{a^2+t^2}\,\mathrm{d}t = t-\arctan\left\{\frac{t}{a}\right\} \tag{3}$$

$$\int \frac{t^3}{a^2+t^2}\,\mathrm{d}t = \frac{t^2}{2}-\frac{a^2}{2}\ln\left\{a^2+t^2\right\} \tag{4}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2+t^2}}\,\mathrm{d}t = \ln\{t+\sqrt{a^2+t^2}\} \tag{5}$$

$$\int \frac{t}{\sqrt{a^2+t^2}}\,\mathrm{d}t = \sqrt{a^2+t^2} \tag{6}$$

$$\int \frac{t^2}{\sqrt{a^2+t^2}}\,\mathrm{d}t = \frac{t}{2}\sqrt{a^2+t^2}+\frac{a^2}{2}\ln\{t+\sqrt{a^2+t^2}\} \tag{7}$$

$$\int \frac{t^3}{\sqrt{a^2+t^2}}\,\mathrm{d}t = \frac{\sqrt{a^2+t^2}^3}{3}-a^2\sqrt{a^2+t^2} \tag{8}$$

$$\int \frac{1}{t\sqrt{a^2+t^2}}\,\mathrm{d}t = \frac{-1}{a}\ln\left\{\frac{a+\sqrt{a^2+t^2}}{t}\right\} \tag{9}$$

$$\int \frac{1}{t^2\sqrt{a^2+t^2}}\,\mathrm{d}t = \frac{-\sqrt{a^2+t^2}}{a^2 t} \tag{10}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2+t^2}^3}\,\mathrm{d}t = \frac{t}{a^2\sqrt{a^2+t^2}} \tag{11}$$

$$\int \frac{t}{\sqrt{a^2+t^2}^3}\,\mathrm{d}t = \frac{-1}{\sqrt{a^2+t^2}} \tag{12}$$

$$\int \frac{t^2}{\sqrt{a^2+t^2}^3}\,\mathrm{d}t = \frac{-t}{\sqrt{a^2+t^2}}+\ln\{t+\sqrt{a^2+t^2}\} \tag{13}$$

$$\int \frac{t^3}{\sqrt{a^2+t^2}^3}\,\mathrm{d}t = \sqrt{a^2+t^2}+\frac{a^2}{\sqrt{a^2+t^2}} \tag{14}$$

$$\int \frac{1}{t\sqrt{a^2+t^2}^3}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{a^2\sqrt{a^2+t^2}}-\frac{1}{a^3}\ln\left\{\frac{a+\sqrt{a^2+t^2}}{t}\right\} \tag{15}$$

$$\int \frac{1}{t^2\sqrt{a^2+t^2}^3}\,\mathrm{d}t = \frac{-1}{a^4}\left(\frac{\sqrt{a^2+t^2}}{t}+\frac{t}{\sqrt{a^2+t^2}}\right) \tag{16}$$