Aufgabe 1 (2 Punkte)

Welcher Zusammenhang muss für $\varepsilon_{\mathrm{in}}$, $\varepsilon_{\mathrm{tr}}$, μ_{in} und μ_{tr} gelten, damit ein Winkel existiert, in welchem eine beliebig polarisierte Welle an einer Grenzfläche ausschließlich transmittiert wird.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Leiten Sie die Bedingung für die Normalkomponente des an einer Grenzfläche transmittierten Wellenvektors

$$\vec{n} \circ \vec{k}_{\mathrm{tr}} = \sqrt{\left(n_{\mathrm{in}}^2 - n_{\mathrm{tr}}^2\right) k_0^2 + \left(\vec{n} \circ \vec{k}_{\mathrm{in}}\right)^2} \tag{1}$$

geometrisch her.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Eine Punktladung mit Ladung q befindet sich im Abstand a zum Mittelpunkt einer geerdeten Metallkugel mit Radius $R < a$ im freien Raum. Welche Kraft wirkt auf die Punktladung?

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Gegeben sei die magnetische Flussdichte

$$\vec{B} = \frac{-y\vec{e}_x + x\vec{e}_y}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}} \cdot 1\mathrm{Vs} \; . \tag{2}$$

Berechnen Sie die Stromdichte, die dieses Magnetfeld hervorruft.

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Die zirkular polarisierte, ebene Welle

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp\left\{ i \left(k_x x + k_0 \sqrt{\frac{2}{3}} y - \omega t \right) \right\} \tag{3}$$

mit einer komplexen Amplitude $\vec{E}_0$ fällt aus einem Medium mit $\varepsilon = 1$ und $\mu = 2$ auf die Grenzfläche $x = 0$ zu Vakuum. Wie ist die reflektierte Welle polarisiert?

Aufgabe 6 (14 Punkte)

Führen Sie für das Potential

$$\vec{A} = A_x t \vec{e}_x + A_y t y \vec{e}_y + A_z z^2 \vec{e}_z, \qquad \phi_{\mathrm{el}} = \phi_0 t^3 \tag{4}$$

eine Lorenz-Eichung durch. Finden Sie dafür eine geeignete Eichfunktion Λ und bestimmen Sie damit das geeichte Potential $\vec{A}\,'$, ϕ'_{el}. Zeigen Sie, dass die Eichung keinen Einfluss auf das Ergebnis für das (dynamische) E- und B-Feld hat.
Hinweis: Die Lösung ist nicht eindeutig, die Angabe einer speziellen Lösung für Λ sowie $\vec{A}\,'$, ϕ'_{el} genügt.

Aufgabe 7 (8 Punkte)

Welche Flächenstromdichte $\vec{j}_\mathrm{S}$ stellt sich beim schrägen Einfall einer TE-Welle auf eine ebene, ideal leitfähige Grenzfläche ein?

Aufgabe 8 (10 Punkte)

In Zylinderkoordinaten ist die elektrische Feldstärke

$$\vec{E} = E_0 \left(-\frac{z}{\rho} \sin\{\phi\} \vec{e}_\phi + \cos\{\phi\} \vec{e}_z \right)$$

in einem Medium mit relativer Dielektrizitätszahl $\varepsilon = 2$ gegeben.
Wie lautet die Spannung $U = V\{P_1\} - V\{P_2\}$ zwischen den in kartesischen Koordinaten gegebenen Punkten $P_1 = (1, 1, 2)\,\mathrm{cm}$ und $P_2 = (-1, 1, -2)\,\mathrm{cm}$?

Aufgabe 9 (10 Punkte)

Ein zylindrischer Körper mit Radius R und Länge 2ℓ befindet sich im ansonsten freien Raum und trägt auf dem Mantel die Flächenladungsdichte $\varrho_{\mathrm{S}}(u/\ell)^2$, wobei u parallel zur Zylinderachse von dessen Mitte gemessen wird.

Wie groß ist das Potenzial auf der Zylinderachse unter der Annahme, dass der Zylinder durch $\varepsilon = 1$ charakterisiert ist?

Hinweise

$$
\begin{aligned}
\int \frac{1}{a^2+t^2}\,\mathrm{d}t &= \frac{1}{a}\arctan\left\{\frac{t}{a}\right\} && (5)\\
\int \frac{t}{a^2+t^2}\,\mathrm{d}t &= \frac{1}{2}\ln\left\{\frac{t}{a}\right\} && (6)\\
\int \frac{t^2}{a^2+t^2}\,\mathrm{d}t &= t-\arctan\left\{\frac{t}{a}\right\} && (7)\\
\int \frac{t^3}{a^2+t^2}\,\mathrm{d}t &= \frac{t^2}{2}-\frac{a^2}{2}\ln\left\{a^2+t^2\right\} && (8)\\
\int \frac{1}{\sqrt{a^2+t^2}}\,\mathrm{d}t &= \ln\{t+\sqrt{a^2+t^2}\} && (9)\\
\int \frac{t}{\sqrt{a^2+t^2}}\,\mathrm{d}t &= \sqrt{a^2+t^2} && (10)\\
\int \frac{t^2}{\sqrt{a^2+t^2}}\,\mathrm{d}t &= \frac{t}{2}\sqrt{a^2+t^2}+\frac{a^2}{2}\ln\{t+\sqrt{a^2+t^2}\} && (11)\\
\int \frac{t^3}{\sqrt{a^2+t^2}}\,\mathrm{d}t &= \frac{\sqrt{a^2+t^2}^3}{3}-a^2\sqrt{a^2+t^2} && (12)\\
\int \frac{1}{t\sqrt{a^2+t^2}}\,\mathrm{d}t &= \frac{-1}{a}\ln\left\{\frac{a+\sqrt{a^2+t^2}}{t}\right\} && (13)\\
\int \frac{1}{t^2\sqrt{a^2+t^2}}\,\mathrm{d}t &= \frac{-\sqrt{a^2+t^2}}{a^2t} && (14)\\
\int \frac{1}{\sqrt{a^2+t^2}^3}\,\mathrm{d}t &= \frac{t}{a^2\sqrt{a^2+t^2}} && (15)\\
\int \frac{t}{\sqrt{a^2+t^2}^3}\,\mathrm{d}t &= \frac{-1}{\sqrt{a^2+t^2}} && (16)\\
\int \frac{t^2}{\sqrt{a^2+t^2}^3}\,\mathrm{d}t &= \frac{-t}{\sqrt{a^2+t^2}}+\ln\{t+\sqrt{a^2+t^2}\} && (17)\\
\int \frac{t^3}{\sqrt{a^2+t^2}^3}\,\mathrm{d}t &= \sqrt{a^2+t^2}+\frac{a^2}{\sqrt{a^2+t^2}} && (18)\\
\int \frac{1}{t\sqrt{a^2+t^2}^3}\,\mathrm{d}t &= \frac{1}{a^2\sqrt{a^2+t^2}}-\frac{1}{a^3}\ln\left\{\frac{a+\sqrt{a^2+t^2}}{t}\right\} && (19)\\
\int \frac{1}{t^2\sqrt{a^2+t^2}^3}\,\mathrm{d}t &= \frac{-1}{a^4}\left(\frac{\sqrt{a^2+t^2}}{t}+\frac{t}{\sqrt{a^2+t^2}}\right) && (20)
\end{aligned}
$$