

# 1 Theorie, notwendiges Vorwissen

Vorlesungsstoff (NT I/Buch): Kapitel 2, Abschnitt 2.3, Ergänzung dazu

## 2 Was ist zu sehen?

Das Prinzip der Demo lässt sich durch folgende Schritte beschreiben:

- **Schritt 1:**

Zum Signal  $s(t)$  aus der Nutzsignal-Datei wird Rauschen mit der Musterfunktion  $n_1(t)$  addiert. Es ergibt sich das Signal  $g_1(t)$ , das als Empfangssignal interpretiert werden kann. Das Signal-zu-Rauschleistungsverhältnis (SNR) ist dabei so klein, dass das Audiosignal  $s(t)$  nicht mehr zu hören ist:  $g_1(t) = s(t) + n_1(t)$

- **Schritt 2:**

Zum Signal  $s(t)$  aus Schritt 1 wird Rauschen mit einer anderen Musterfunktion  $n_2(t)$  addiert:

$$g_2(t) = s(t) + n_2(t)$$

Das Signal  $g_2(t)$  entspricht im Prinzip  $g_1(t)$  und kann als Empfang einer wiederholten Sendung von  $s(t)$  zu einem späteren Zeitpunkt aufgefasst werden. Bei Addition von  $g_1(t)$  und  $g_2(t)$  ergibt sich das Summensignal  $gs_2(t)$ :

$$\begin{aligned}gs_2(t) &= 2s(t) + ns_2(t) \\ns_2(t) &= n_1(t) + n_2(t)\end{aligned}$$

In  $gs_2(t)$  ist  $s(t)$  mit dem Faktor 2 enthalten. Die Rausch-Musterfunktionen addieren sich nicht in gleicher Weise zu  $ns_2(t)$ . Wenn man annimmt, dass  $n_1(t)$  und  $n_2(t)$  *unkorreliert* sind – was durch den späteren Zeitpunkt sicher der Realität entspricht – dann addieren sich die *Rauschleistungen*. Bei stationärem Rauschen und genügender Dauer von  $s(t)$  ist die *Rauschleistung* damit verdoppelt, die *Nutzleistung* (Signal  $s(t)$ ) aber um den Faktor 4 größer. Daraus resultiert ein *Gewinn im SNR* von 3 dB.

- **Schritt N:**

Setzt man diese Schritte fort, dann ergibt sich im  $N$ -ten Schritt:

$$gs_N(t) = \sum_{i=1}^N g_i(t) = N s(t) + \sum_{i=1}^N n_i(t)$$

Der Gewinn im SNR beträgt beim Signal  $gs_i(t)$  jetzt  $10 \log(N)$  dB.

Zwei fertig berechnete Sätze von Signalen liegen vor:  $s(t)$ ,  $gs_N(t)$  für mehrere  $N$ . Der erste Satz basiert auf der wav-Datei “mrc00fruehl.wav” ( $s(t)$ ). “mrc01fruehl0001.wav” entspricht  $g_1(t)$ , und bei den weiteren  $gs_N(t)$  ist  $N$  hinten an den Dateinamen angehängt. Für den zweiten Satz wurde ein rect-Signal genutzt.

## 3 Was soll gezeigt werden?

Durch eine einfache wiederholte Sendung eines analogen Signals  $s(t)$  über einen evtl. sehr stark gestörten Übertragungskanal lässt sich somit das SNR beliebig verbessern. Im Demo-Beispiel mit einem Musiksignal und 1024 Sendungen also um ca. 30 dB. Voraussetzung ist, dass die Nutzsignale exakt amplitudenmäßig addiert werden, was eine *Synchronisation* auf der Empfangseite voraussetzt.

Das hier gezeigte Prinzip ist ein Spezialfall des Prinzips, das man als *Maximum Ratio Combining* (MRC) bezeichnet. MRC maximiert immer das SNR, wobei die Signalanteile  $g_i(t)$  in der Summe im allgemeinen gewichtet aufaddiert werden. Im Demo-Beispiel entsprechen diese Gewichtungsfaktoren den Verstärkungs-/Abschwächungsfaktoren des Kanals zu den Zeiten der jeweiligen Sendung des Signals  $s(t)$ . Wenn ein Signal sehr stark gedämpft wird (bei gleichbleibendem Rauschpegel), dann darf es auch nur wenig zu der Summe  $gs_N(t)$  beitragen. Nach diesem Prinzip arbeitet ebenfalls das *Matched Filter*, bei dem zeitlich aufeinander folgende Werte des Empfangssignals zu einem Abtastwert aufintegriert werden. Die Gewichtungsfaktoren entsprechen in diesem Fall den Werten des gesendeten Signals und die Summe ist ein Integral. Ähnlich können mehrere Empfangsantennen dazu verwendet werden, unterschiedliche Signale  $g_i(t)$  zu erzeugen. Wenn die Rauschbeiträge in den  $g_i(t)$  unkorreliert sind, ergibt sich bei  $N$  Empfangsantennen mit MRC wieder ein Gewinn im SNR von  $10 \log(N)$  dB.