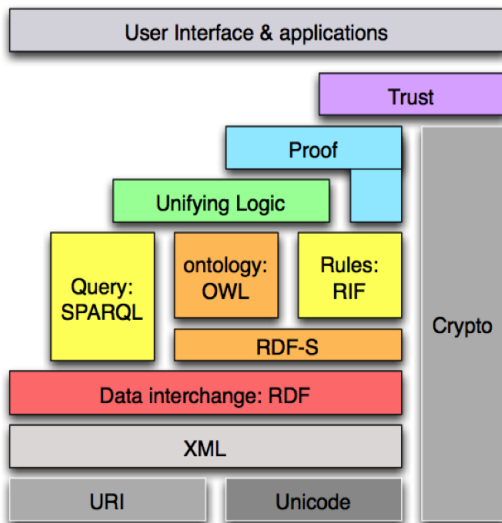




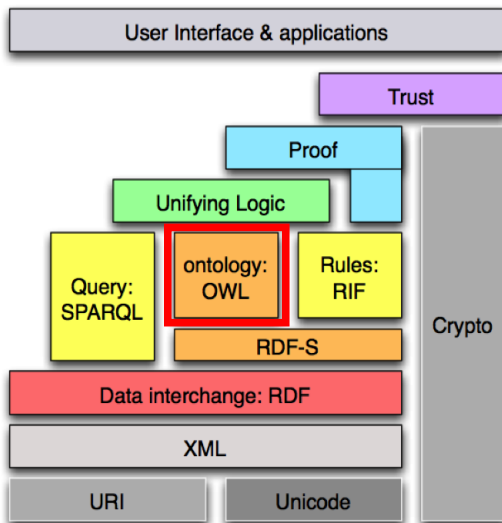
Organisatorisches: Inhalt

Einleitung und XML	17. Okt	SPARQL Syntax & Intuition	12. Dez
Einführung in RDF	20. Okt	Übung 4	15. Dez
RDF Schema	24. Okt	SPARQL Semantik	19. Dez
fällt aus	27. Okt	SPARQL 1.1	22. Dez
Logik – Grundlagen	31. Okt	Übung 5	9. Jan
Übung 1	3. Nov	SPARQL Entailment	12. Jan
Semantik von RDF(S)	7. Nov	SPARQL Implementierung	16. Jan
RDF(S) & Datalog Regeln	10. Nov	Abfragen & RIF	19. Jan
OWL Syntax & Intuition	14. Nov	Übung 6	23. Jan
Übung 2	17. Nov	Ontology Editing	26. Jan
OWL & BLs	21. Nov	Ontology Engineering	30. Jan
OWL 2	24. Nov	Linked Data	2. Feb
Tableau	28. Nov	Übung 7	6. Feb
Übung 3	1. Dez	SemWeb Anwendungen	9. Feb
Blocking & Unravelling	5. Dez	Wiederholung	13. Feb
Hypertableau	8. Dez	Übung 8	16. Feb

OWL 2



OWL 2



Agenda

- ▶ Motivation
- ▶ Wiederholung Übersetzung in die Prädikatenlogik 1. Stufe
- ▶ Strukturelle Transformation
- ▶ Übersetzung in Klauseln
- ▶ Die Hypertableau Regeln
- ▶ Blockierung im Hypertableau Kalkül
- ▶ Vergleich Tableau und Hypertableau Kalkül
- ▶ Zusammenfassung

Agenda

- ▶ Motivation
- ▶ Wiederholung Übersetzung in die Prädikatenlogik 1. Stufe
- ▶ Strukturelle Transformation
- ▶ Übersetzung in Klauseln
- ▶ Die Hypertableau Regeln
- ▶ Blockierung im Hypertableau Kalkül
- ▶ Vergleich Tableau und Hypertableau Kalkül
- ▶ Zusammenfassung

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^n\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\}$$

$$\vdots \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^n\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\}$$

$$\vdots \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^n\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^n\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+1}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^n\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^n\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+1}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+2}\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^n\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\} \cup \{\neg A^{n+2}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^n\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+1}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+2}\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^n\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\} \cup \{\neg A^{n+2}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^n\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+1}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+2}\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+3}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^n\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\} \cup \{\neg A^{n+2}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^n\} \cup \{\neg A^{2n}\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+1}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+2}\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+3}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^n\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\} \cup \{\neg A^{n+2}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^n\} \cup \{\neg A^{2n}\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+1}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+2}\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+3}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^n\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{2n+1}\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\} \cup \{\neg A^{n+2}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^n\} \cup \{\neg A^{2n}\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+1}\} \cup \{\neg A^{2n+1}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+2}\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+3}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^n\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{2n+1}\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\} \cup \{\neg A^{n+2}\}$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^n\} \cup \{\neg A^{2n}\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+1}\} \cup \{\neg A^{2n+1}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+2}\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+3}\}$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^n\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{2n+1}\} \cup \{A^{2n+1}\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\} \cup \{\neg A^{n+2}\}$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^n\} \cup \{\neg A^{2n}\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+1}\} \cup \{\neg A^{2n+1}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+2}\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+3}\}$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^n\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{2n+1}\} \cup \{A^{2n+1}\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\} \cup \{\neg A^{n+2}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^n\} \cup \{\neg A^{2n}\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+1}\} \cup \{\neg A^{2n+1}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+2}\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+3}\}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^n\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{2n+1}\} \cup \{A^{2n+1}\}$$

Beispiel Standard Tableau

$$C_{\mathcal{T}} = \forall r.(\neg A) \sqcup A$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$L(a_0) = \{\neg A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^1\}$$

$$L(a_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^2\} \cup \{\neg A^{n+2}\}$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$L(a_{n-1}) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^n\} \cup \{\neg A^{2n}\} \cup \{A\}$$

$$L(a_n) = \{A, C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+1}\} \cup \{\neg A^{2n+1}\}$$

$$L(b_1) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^1\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+2}\}$$

$$L(b_2) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^2\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{n+3}\}$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$L(b_n) = \{C_{\mathcal{T}}\} \cup \{\neg A^n\} \cup \{\forall r.(\neg A)^{2n+1}\} \cup \{A^{2n+1}\}$$

Nun erneut Entscheidungen für a_n und b_1, \dots, b_n

Muss das so sein?

- ▶ Der Algorithmus konstruiert trotz dependency directed backtracking exponentiell viele Tableauxzweige
- ▶ Übersetzung der Formel in die Prädikatenlogik erster Stufe:

$$\begin{aligned} & \forall r. (\neg A) \sqcup A \\ &= \forall x, y. [r(x, y) \wedge A(y) \rightarrow A(x)] \\ &= \forall x, y. [\neg r(x, y) \vee \neg A(y) \vee A(x)] \end{aligned}$$

- ▶ Hier hat die Formel keinen echten Nichtdeterminismus (Horn-Klausel)
- ▶ Hypertableau macht sich dieses zu nutzen

Idee Hypertableau

- ▶ Übersetze die Axiome einer Wissensbasis in die Prädikatenlogik erster Stufe
 - ▶ Axiome werden umgeschrieben um nur Formeln bestimmter Struktur zu erhalten
- ▶ Axiome werden so übersetzt, dass Nichtdeterminismus möglichst vermieden wird
- ▶ Die Formeln für die Axiome werden zu Regeln um eine Modellabstraktion zu konstruieren

Einfaches Hypertableau Beispiel

1. Übersetzung in Klauseln

$$A \sqsubseteq A'$$

$$A \sqsubseteq \exists r.B$$

$$D \sqsubseteq E \sqcup F$$

$$F \sqsubseteq \perp$$

$$\exists r.T \sqsubseteq C$$

$$A(a)$$

$$(D \sqcap \neg B)(d)$$

Einfaches Hypertableau Beispiel

1. Übersetzung in Klauseln

$$A \sqsubseteq A'$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A \sqsubseteq \exists r.B$$

$$D \sqsubseteq E \sqcup F$$

$$F \sqsubseteq \perp$$

$$\exists r.T \sqsubseteq C$$

$$A(a)$$

$$(D \sqcap \neg B)(d)$$

Einfaches Hypertableau Beispiel

1. Übersetzung in Klauseln

$$A \sqsubseteq A'$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A \sqsubseteq \exists r.B$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D \sqsubseteq E \sqcup F$$

$$F \sqsubseteq \perp$$

$$\exists r.T \sqsubseteq C$$

$$A(a)$$

$$(D \sqcap \neg B)(d)$$

- ▶ Existenzquantoren werden weiterhin wie im Tableau behandelt

Einfaches Hypertableau Beispiel

1. Übersetzung in Klauseln

$$A \sqsubseteq A'$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A \sqsubseteq \exists r.B$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D \sqsubseteq E \sqcup F$$

$$D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F \sqsubseteq \perp$$

$$\exists r.T \sqsubseteq C$$

$$A(a)$$

$$(D \sqcap \neg B)(d)$$

- ▶ Existenzquantoren werden weiterhin wie im Tableau behandelt

Einfaches Hypertableau Beispiel

1. Übersetzung in Klauseln

$$A \sqsubseteq A'$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A \sqsubseteq \exists r.B$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D \sqsubseteq E \sqcup F$$

$$D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F \sqsubseteq \perp$$

$$F(x) \rightarrow \perp(x)$$

$$\exists r.T \sqsubseteq C$$

$$A(a)$$

$$(D \sqcap \neg B)(d)$$

- Existenzquantoren werden weiterhin wie im Tableau behandelt

Einfaches Hypertableau Beispiel

1. Übersetzung in Klauseln

$$A \sqsubseteq A' \qquad A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A \sqsubseteq \exists r.B \qquad A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D \sqsubseteq E \sqcup F \qquad D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F \sqsubseteq \perp \qquad F(x) \rightarrow \perp(x)$$

$$\exists r.T \sqsubseteq C \qquad r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$A(a)$$

$$(D \sqcap \neg B)(d)$$

- Existenzquantoren werden weiterhin wie im Tableau behandelt

Einfaches Hypertableau Beispiel

1. Übersetzung in Klauseln

$$A \sqsubseteq A' \qquad A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A \sqsubseteq \exists r.B \qquad A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D \sqsubseteq E \sqcup F \qquad D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F \sqsubseteq \perp \qquad F(x) \rightarrow \perp(x)$$

$$\exists r.T \sqsubseteq C \qquad r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$A(a) \qquad \rightarrow A(a)$$

$$(D \sqcap \neg B)(d)$$

- Existenzquantoren werden weiterhin wie im Tableau behandelt

Einfaches Hypertableau Beispiel

1. Übersetzung in Klauseln

$$A \sqsubseteq A' \qquad A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A \sqsubseteq \exists r.B \qquad A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D \sqsubseteq E \sqcup F \qquad D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F \sqsubseteq \perp \qquad F(x) \rightarrow \perp(x)$$

$$\exists r.T \sqsubseteq C \qquad r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$A(a) \qquad \rightarrow A(a)$$

$$(D \sqcap \neg B)(d) \qquad \rightarrow D(d)$$

$$\rightarrow \neg B(d)$$

- Existenzquantoren werden weiterhin wie im Tableau behandelt

Einfaches Hypertableau Beispiel

 a d

$$L(a) = \{A\}$$

$$L(d) = \{D, \neg B\}$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F(x) \rightarrow \perp(x)$$

$$r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$\rightarrow A(a)$$

$$\rightarrow D(d)$$

$$\rightarrow \neg B(d)$$

Einfaches Hypertableau Beispiel

 a d

$$L(a) = \{A\}$$

$$L(d) = \{D, \neg B\}$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F(x) \rightarrow \perp(x)$$

$$r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$\rightarrow A(a)$$

$$\rightarrow D(d)$$

$$\rightarrow \neg B(d)$$

Einfaches Hypertableau Beispiel

 a d

$$L(a) = \{A\} \cup \{A'\}$$

$$L(d) = \{D, \neg B\}$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F(x) \rightarrow \perp(x)$$

$$r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$\rightarrow A(a)$$

$$\rightarrow D(d)$$

$$\rightarrow \neg B(d)$$

Einfaches Hypertableau Beispiel

 a d

$$L(a) = \{A\} \cup \{A'\}$$

$$L(d) = \{D, \neg B\}$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F(x) \rightarrow \perp(x)$$

$$r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$\rightarrow A(a)$$

$$\rightarrow D(d)$$

$$\rightarrow \neg B(d)$$

Einfaches Hypertableau Beispiel

 a d

$$L(a) = \{A\} \cup \{A'\}$$

$$L(d) = \{D, \neg B\} \cup \{E^1\}$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F(x) \rightarrow \perp(x)$$

$$r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$\rightarrow A(a)$$

$$\rightarrow D(d)$$

$$\rightarrow \neg B(d)$$

Einfaches Hypertableau Beispiel

 a d

$$L(a) = \{A\} \cup \{A'\}$$

$$L(d) = \{D, \neg B\} \cup \{E^1\}$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F(x) \rightarrow \perp(x)$$

$$r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$\rightarrow A(a)$$

$$\rightarrow D(d)$$

$$\rightarrow \neg B(d)$$

Einfaches Hypertableau Beispiel

 a d

$$L(a) = \{A\} \cup \{A'\}$$

$$L(d) = \{D, \neg B\} \cup \{E^1\}$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F(x) \rightarrow \perp(x)$$

$$r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$\rightarrow A(a)$$

$$\rightarrow D(d)$$

$$\rightarrow \neg B(d)$$

Einfaches Hypertableau Beispiel

 a d

$$L(a) = \{A\} \cup \{A'\} \cup \{\exists r.B\}$$

$$L(d) = \{D, \neg B\} \cup \{E^1\}$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F(x) \rightarrow \perp(x)$$

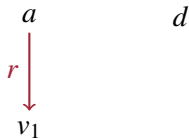
$$r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$\rightarrow A(a)$$

$$\rightarrow D(d)$$

$$\rightarrow \neg B(d)$$

Einfaches Hypertableau Beispiel



$$L(a) = \{A\} \cup \{A'\} \cup \{\exists r.B\}$$

$$L(d) = \{D, \neg B\} \cup \{E^1\}$$

$$L(v_1) = \{B\}$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F(x) \rightarrow \perp(x)$$

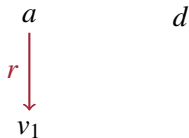
$$r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$\rightarrow A(a)$$

$$\rightarrow D(d)$$

$$\rightarrow \neg B(d)$$

Einfaches Hypertableau Beispiel



$$L(a) = \{A\} \cup \{A'\} \cup \{\exists r.B\}$$

$$L(d) = \{D, \neg B\} \cup \{E^1\}$$

$$L(v_1) = \{B\}$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F(x) \rightarrow \perp(x)$$

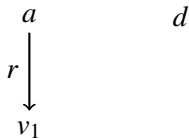
$$r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$\rightarrow A(a)$$

$$\rightarrow D(d)$$

$$\rightarrow \neg B(d)$$

Einfaches Hypertableau Beispiel



$$L(a) = \{A\} \cup \{A'\} \cup \{\exists r.B\} \cup \{C\}$$

$$L(d) = \{D, \neg B\} \cup \{E^1\}$$

$$L(v_1) = \{B\}$$

$$A(x) \rightarrow A'(x)$$

$$A(x) \rightarrow \exists r.B(x)$$

$$D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x)$$

$$F(x) \rightarrow \perp(x)$$

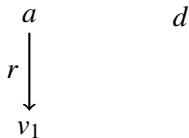
$$r(x, y) \rightarrow C(x)$$

$$\rightarrow A(a)$$

$$\rightarrow D(d)$$

$$\rightarrow \neg B(d)$$

Einfaches Hypertableau Beispiel



$$L(a) = \{A\} \cup \{A'\} \cup \{\exists r.B\} \cup \{C\}$$

$$L(d) = \{D, \neg B\} \cup \{E^1\}$$

$$L(v_1) = \{B\}$$

$$\begin{array}{l}
 A(x) \rightarrow A'(x) \\
 A(x) \rightarrow \exists r.B(x) \\
 D(x) \rightarrow E(x) \vee F(x) \\
 F(x) \rightarrow \perp(x) \\
 r(x, y) \rightarrow C(x) \\
 \\
 \rightarrow A(a) \\
 \rightarrow D(d) \\
 \rightarrow \neg B(d)
 \end{array}$$

- ▶ Keine Regel mehr anwendbar \rightsquigarrow Erfüllbarkeit gezeigt
- ▶ Aus den Tableau Regeln bleibt nur noch ein Analog zur \exists -Regel

Agenda

- ▶ Motivation
- ▶ Wiederholung Übersetzung in die Prädikatenlogik 1. Stufe
- ▶ Strukturelle Transformation
- ▶ Übersetzung in Klauseln
- ▶ Die Hypertableau Regeln
- ▶ Blockierung im Hypertableau Kalkül
- ▶ Vergleich Tableau und Hypertableau Kalkül
- ▶ Zusammenfassung

Semantik durch Übersetzung in FOL

Übersetzung von TBox-Aussagen in die Prädikatenlogik mittels der Abbildung π mit C, D komplexe Klassen, r eine Rolle und A eine atomare Klasse:

$$\pi(C \sqsubseteq D) = \forall x. (\pi_x(C) \rightarrow \pi_x(D)) \quad \pi(C \equiv D) = \forall x. (\pi_x(C) \leftrightarrow \pi_x(D))$$

$$\pi_x(A) = A(x)$$

$$\pi_y(A) = A(y)$$

$$\pi_x(\neg C) = \neg \pi_x(C)$$

$$\pi_y(\neg C) = \neg \pi_y(C)$$

$$\pi_x(C \sqcap D) = \pi_x(C) \wedge \pi_x(D)$$

$$\pi_y(C \sqcap D) = \pi_y(C) \wedge \pi_y(D)$$

$$\pi_x(C \sqcup D) = \pi_x(C) \vee \pi_x(D)$$

$$\pi_y(C \sqcup D) = \pi_y(C) \vee \pi_y(D)$$

$$\pi_x(\forall r. C) = \forall y. (r(x, y) \rightarrow \pi_y(C))$$

$$\pi_y(\forall r. C) = \forall x. (r(y, x) \rightarrow \pi_x(C))$$

$$\pi_x(\exists r. C) = \exists y. (r(x, y) \wedge \pi_y(C))$$

$$\pi_y(\exists r. C) = \exists x. (r(y, x) \wedge \pi_x(C))$$

Motivation Normalform

- ▶ Die gegebene Übersetzung erzeugt für komplexe Axiome sehr komplexe Formeln

$$\pi(C \sqsubseteq \exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D)))$$

Motivation Normalform

- ▶ Die gegebene Übersetzung erzeugt für komplexe Axiome sehr komplexe Formeln

$$\pi(C \sqsubseteq \exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D)))$$
$$\forall x. [\pi_x(C) \rightarrow \pi_x(\exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D)))]$$

Motivation Normalform

- ▶ Die gegebene Übersetzung erzeugt für komplexe Axiome sehr komplexe Formeln

$$\begin{aligned} & \pi(C \sqsubseteq \exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D))) \\ \forall x. [\pi_x(C) \rightarrow \pi_x(\exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D)))] \\ \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \pi_y(\forall s. (D \sqcup \exists r. D)))] \end{aligned}$$

Motivation Normalform

- ▶ Die gegebene Übersetzung erzeugt für komplexe Axiome sehr komplexe Formeln

$$\begin{aligned} & \pi(C \sqsubseteq \exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D))) \\ & \forall x. [\pi_x(C) \rightarrow \pi_x(\exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D)))] \\ & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \pi_y(\forall s. (D \sqcup \exists r. D)))] \\ & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \forall x. (s(y, x) \rightarrow \pi_x(D \sqcup \exists r. D)))] \end{aligned}$$

Motivation Normalform

- ▶ Die gegebene Übersetzung erzeugt für komplexe Axiome sehr komplexe Formeln

$$\begin{aligned} & \pi(C \sqsubseteq \exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D))) \\ & \forall x. [\pi_x(C) \rightarrow \pi_x(\exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D)))] \\ & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \pi_y(\forall s. (D \sqcup \exists r. D)))] \\ & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \forall x. (s(y, x) \rightarrow \pi_x(D \sqcup \exists r. D)))] \\ & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \forall x. (s(y, x) \rightarrow \pi_x(D) \vee \pi_x(\exists r. D)))] \end{aligned}$$

Motivation Normalform

- Die gegebene Übersetzung erzeugt für komplexe Axiome sehr komplexe Formeln

$$\begin{aligned}
 & \pi(C \sqsubseteq \exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D))) \\
 & \forall x. [\pi_x(C) \rightarrow \pi_x(\exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D)))] \\
 & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \pi_y(\forall s. (D \sqcup \exists r. D)))] \\
 & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \forall x. (s(y, x) \rightarrow \pi_x(D \sqcup \exists r. D)))] \\
 & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \forall x. (s(y, x) \rightarrow \pi_x(D) \vee \pi_x(\exists r. D)))] \\
 & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \forall x. (s(y, x) \rightarrow D(x) \vee \exists y. (r(x, y) \wedge \pi_y(D))))]
 \end{aligned}$$

Motivation Normalform

- ▶ Die gegebene Übersetzung erzeugt für komplexe Axiome sehr komplexe Formeln

$$\begin{aligned}
 & \pi(C \sqsubseteq \exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D))) \\
 & \forall x. [\pi_x(C) \rightarrow \pi_x(\exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D)))] \\
 & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \pi_y(\forall s. (D \sqcup \exists r. D)))] \\
 & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \forall x. (s(y, x) \rightarrow \pi_x(D \sqcup \exists r. D)))] \\
 & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \forall x. (s(y, x) \rightarrow \pi_x(D) \vee \pi_x(\exists r. D)))] \\
 & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \forall x. (s(y, x) \rightarrow D(x) \vee \exists y. (r(x, y) \wedge \pi_y(D))))] \\
 & \forall x. [C(x) \rightarrow \exists y. (r(x, y) \wedge \forall x. (s(y, x) \rightarrow D(x) \vee \exists y. (r(x, y) \wedge D(y))))]
 \end{aligned}$$

Agenda

- ▶ Motivation
- ▶ Wiederholung Übersetzung in die Prädikatenlogik 1. Stufe
- ▶ **Strukturelle Transformation**
- ▶ Übersetzung in Klauseln
- ▶ Die Hypertableau Regeln
- ▶ Blockierung im Hypertableau Kalkül
- ▶ Vergleich Tableau und Hypertableau Kalkül
- ▶ Zusammenfassung

Strukturelle Transformation

- ▶ Strukturelle Transformation führt neue Konzepte für komplexe Unterkonzepte ein

$$C \sqsubseteq \exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D))$$

Strukturelle Transformation

- ▶ Strukturelle Transformation führt neue Konzepte für komplexe Unterkonzepte ein

$$\begin{aligned} C &\sqsubseteq \exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D)) \\ \rightsquigarrow C &\sqsubseteq \exists r. Q_1 \\ Q_1 &\equiv \forall s. (D \sqcup \exists r. D) \end{aligned}$$

Strukturelle Transformation

- ▶ Strukturelle Transformation führt neue Konzepte für komplexe Unterkonzepte ein

$$C \sqsubseteq \exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D))$$

$$\rightsquigarrow C \sqsubseteq \exists r. Q_1$$

$$Q_1 \equiv \forall s. (D \sqcup \exists r. D)$$

$$\rightsquigarrow Q_1 \equiv \forall s. Q_2$$

$$Q_2 \equiv D \sqcup \exists r. D$$

Strukturelle Transformation

- ▶ Strukturelle Transformation führt neue Konzepte für komplexe Unterkonzepte ein

$$C \sqsubseteq \exists r. (\forall s. (D \sqcup \exists r. D))$$

$$\rightsquigarrow C \sqsubseteq \exists r. Q_1$$

$$Q_1 \equiv \forall s. (D \sqcup \exists r. D)$$

$$\rightsquigarrow Q_1 \equiv \forall s. Q_2$$

$$Q_2 \equiv D \sqcup \exists r. D$$

$$\rightsquigarrow Q_2 \equiv D \sqcup Q_3$$

$$\rightsquigarrow Q_3 \equiv \exists r. D$$

Optimierung der Strukturellen Transformation

- ▶ Müssen wir unbedingt Äquivalenzaxiome einführen?

$$A \sqsubseteq \forall r. (\forall r. B)$$

Optimierung der Strukturellen Transformation

- ▶ Müssen wir unbedingt Äquivalenzaxiome einführen?

$$A \sqsubseteq \forall r. (\forall r. B)$$

$$\rightsquigarrow A \sqsubseteq \forall r. Q$$

$$\rightsquigarrow Q \sqsubseteq \forall r. B$$

Optimierung der Strukturellen Transformation

- ▶ Müssen wir unbedingt Äquivalenzaxiome einführen?

$$A \sqsubseteq \forall r. (\forall r. B)$$

$$\rightsquigarrow A \sqsubseteq \forall r. Q$$

$$\rightsquigarrow Q \sqsubseteq \forall r. B \quad \checkmark$$

Optimierung der Strukturellen Transformation

- ▶ Müssen wir unbedingt Äquivalenzaxiome einführen?

$$A \sqsubseteq \forall r. (\forall r. B) \qquad \exists r. (A \sqcap B) \sqsubseteq C$$

$$\rightsquigarrow A \sqsubseteq \forall r. Q$$

$$\rightsquigarrow Q \sqsubseteq \forall r. B \quad \checkmark$$

Optimierung der Strukturellen Transformation

- ▶ Müssen wir unbedingt Äquivalenzaxiome einführen?

$$A \sqsubseteq \forall r. (\forall r. B)$$

$$\exists r. (A \sqcap B) \sqsubseteq C$$

$$\rightsquigarrow A \sqsubseteq \forall r. Q$$

$$\rightsquigarrow \exists r. Q \sqsubseteq C$$

$$\rightsquigarrow Q \sqsubseteq \forall r. B \quad \checkmark$$

$$Q \sqsubseteq A \sqcap B$$

Optimierung der Strukturellen Transformation

- Müssen wir unbedingt Äquivalenzaxiome einführen?

$$A \sqsubseteq \forall r. (\forall r. B)$$

$$\rightsquigarrow A \sqsubseteq \forall r. Q$$

$$\rightsquigarrow Q \sqsubseteq \forall r. B \quad \checkmark$$

$$\exists r. (A \sqcap B) \sqsubseteq C$$

$$\rightsquigarrow \exists r. Q \sqsubseteq C$$

$$Q \sqsubseteq A \sqcap B$$

$$\rightsquigarrow Q \sqsubseteq A$$

$$\rightsquigarrow Q \sqsubseteq B$$

Optimierung der Strukturellen Transformation

- Müssen wir unbedingt Äquivalenzaxiome einführen?

$$A \sqsubseteq \forall r. (\forall r. B)$$

$$\exists r. (A \sqcap B) \sqsubseteq C$$

$$\rightsquigarrow A \sqsubseteq \forall r. Q$$

$$\rightsquigarrow \exists r. Q \sqsubseteq C$$

$$\rightsquigarrow Q \sqsubseteq \forall r. B \quad \checkmark$$

$$Q \sqsubseteq A \sqcap B$$

$$\rightsquigarrow Q \sqsubseteq A$$

$$\rightsquigarrow Q \sqsubseteq B$$

Hm. Ist das so richtig? Sei $\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$

Optimierung der Strukturellen Transformation

- Müssen wir unbedingt Äquivalenzaxiome einführen?

$$A \sqsubseteq \forall r. (\forall r. B)$$

$$\exists r. (A \sqcap B) \sqsubseteq C$$

$$\rightsquigarrow A \sqsubseteq \forall r. Q$$

$$\rightsquigarrow \exists r. Q \sqsubseteq C$$

$$\rightsquigarrow Q \sqsubseteq \forall r. B \quad \checkmark$$

$$Q \sqsubseteq A \sqcap B$$

$$\rightsquigarrow Q \sqsubseteq A$$

$$\rightsquigarrow Q \sqsubseteq B$$

Hm. Ist das so richtig? Sei $\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$

- Bzgl. einer TBox mit dem ursprünglichen Axiom war die ABox widersprüchlich

Optimierung der Strukturellen Transformation

- ▶ Müssen wir unbedingt Äquivalenzaxiome einführen?

$$\begin{array}{ll}
 A \sqsubseteq \forall r. (\forall r. B) & \exists r. (A \sqcap B) \sqsubseteq C \\
 \rightsquigarrow A \sqsubseteq \forall r. Q & \rightsquigarrow \exists r. Q \sqsubseteq C \\
 \rightsquigarrow Q \sqsubseteq \forall r. B \quad \checkmark & Q \sqsubseteq A \sqcap B \\
 & \rightsquigarrow Q \sqsubseteq A \\
 & \rightsquigarrow Q \sqsubseteq B
 \end{array}$$

Hm. Ist das so richtig? Sei $\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$

- ▶ Bzgl. einer TBox mit dem ursprünglichen Axiom war die ABox widersprüchlich
- ▶ Bzgl. einer TBox mit den umgeschriebenen Axiomen ist die ABox erfüllbar

Polarität für die Optimierte Transformation

- ▶ Wir müssen beachten ob Teilkonzepte positiv oder negativ vorkommen
- ▶ $A \sqsubseteq B$ ist $\neg A \sqcup B$
- ▶ A kommt daher negativ in dem Axiom vor und B positiv
- ▶ Wenn wir ein Konzept ersetzen, das negativ vorkommt, müssen wir \sqsupseteq verwenden

Polarität für die Optimierte Transformation

- ▶ Wir müssen beachten ob Teilkonzepte positiv oder negativ vorkommen
- ▶ $A \sqsubseteq B$ ist $\neg A \sqcup B$
- ▶ A kommt daher negativ in dem Axiom vor und B positiv
- ▶ Wenn wir ein Konzept ersetzen, das negativ vorkommt, müssen wir \sqsupseteq verwenden

$$\exists r.(A \sqcap B) \sqsupseteq C$$

Polarität für die Optimierte Transformation

- ▶ Wir müssen beachten ob Teilkonzepte positiv oder negativ vorkommen
- ▶ $A \sqsubseteq B$ ist $\neg A \sqcup B$
- ▶ A kommt daher negativ in dem Axiom vor und B positiv
- ▶ Wenn wir ein Konzept ersetzen, das negativ vorkommt, müssen wir \sqsupseteq verwenden

$$\exists r.(A \sqcap B) \sqsubseteq C$$

$$\rightsquigarrow \exists r.Q \sqsubseteq C$$

$$Q \sqsupseteq A \sqcap B$$

Polarität für die Optimierte Transformation

- ▶ Wir müssen beachten ob Teilkonzepte positiv oder negativ vorkommen
- ▶ $A \sqsubseteq B$ ist $\neg A \sqcup B$
- ▶ A kommt daher negativ in dem Axiom vor und B positiv
- ▶ Wenn wir ein Konzept ersetzen, das negativ vorkommt, müssen wir \sqsupseteq verwenden

$$\exists r.(A \sqcap B) \sqsubseteq C$$

$$\rightsquigarrow \exists r.Q \sqsubseteq C$$

$$Q \sqsupseteq A \sqcap B$$

$$\rightsquigarrow A \sqcap B \sqsubseteq Q$$

Polarität für die Optimierte Transformation

- ▶ Wir müssen beachten ob Teilkonzepte positiv oder negativ vorkommen
- ▶ $A \sqsubseteq B$ ist $\neg A \sqcup B$
- ▶ A kommt daher negativ in dem Axiom vor und B positiv
- ▶ Wenn wir ein Konzept ersetzen, das negativ vorkommt, müssen wir \sqsupseteq verwenden

$$\exists r.(A \sqcap B) \sqsubseteq C$$

$$\rightsquigarrow \exists r.Q \sqsubseteq C$$

$$Q \sqsupseteq A \sqcap B$$

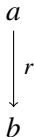
$$\rightsquigarrow A \sqcap B \sqsubseteq Q$$

$$C_{\mathcal{T}} = (\forall r.(\neg Q) \sqcup C) \sqcap (\neg A \sqcup \neg B \sqcup Q)$$

Tableau für die Unerfüllbarkeit

$$C_{\mathcal{T}} = (\forall r.(\neg Q) \sqcup C) \sqcap (\neg A \sqcup \neg B \sqcup Q)$$

$$\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$$



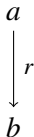
$$L(a) = \{\neg C\}$$

$$L(b) = \{A, B\}$$

Tableau für die Unerfüllbarkeit

$$C_{\mathcal{T}} = (\forall r.(\neg Q) \sqcup C) \sqcap (\neg A \sqcup \neg B \sqcup Q)$$

$$\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$$



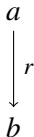
$$L(a) = \{\neg C\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q), \neg A\}$$

$$L(b) = \{A, B\}$$

Tableau für die Unerfüllbarkeit

$$C_{\mathcal{T}} = (\forall r.(\neg Q) \sqcup C) \sqcap (\neg A \sqcup \neg B \sqcup Q)$$

$$\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$$



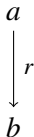
$$L(a) = \{\neg C\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q), \neg A\}$$

$$L(b) = \{A, B\} \cup \{\neg Q\}$$

Tableau für die Unerfüllbarkeit

$$C_{\mathcal{T}} = (\forall r.(\neg Q) \sqcup C) \sqcap (\neg A \sqcup \neg B \sqcup Q)$$

$$\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$$



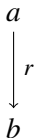
$$L(a) = \{\neg C\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q), \neg A\}$$

$$L(b) = \{A, B\} \cup \{\neg Q\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q)\}$$

Tableau für die Unerfüllbarkeit

$$C_{\mathcal{T}} = (\forall r.(\neg Q) \sqcup C) \sqcap (\neg A \sqcup \neg B \sqcup Q)$$

$$\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$$



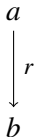
$$L(a) = \{\neg C\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q), \neg A\}$$

$$L(b) = \{A, B\} \cup \{\neg Q\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q)\} \\ \cup \{\neg A\}$$

Tableau für die Unerfüllbarkeit

$$C_{\mathcal{T}} = (\forall r.(\neg Q) \sqcup C) \sqcap (\neg A \sqcup \neg B \sqcup Q)$$

$$\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$$



$$L(a) = \{\neg C\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q), \neg A\}$$

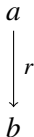
$$L(b) = \{A, B\} \cup \{\neg Q\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q)\}$$

$$\cup \{\neg A\}$$

Tableau für die Unerfüllbarkeit

$$C_{\mathcal{T}} = (\forall r.(\neg Q) \sqcup C) \sqcap (\neg A \sqcup \neg B \sqcup Q)$$

$$\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$$



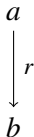
$$L(a) = \{\neg C\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q), \neg A\}$$

$$L(b) = \{A, B\} \cup \{\neg Q\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q)\} \\ \cup \{\neg A\} \cup \{\neg B\}$$

Tableau für die Unerfüllbarkeit

$$C_{\mathcal{T}} = (\forall r.(\neg Q) \sqcup C) \sqcap (\neg A \sqcup \neg B \sqcup Q)$$

$$\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$$



$$L(a) = \{\neg C\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q), \neg A\}$$

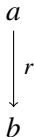
$$L(b) = \{A, B\} \cup \{\neg Q\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q)\}$$

$$\cup \{\neg A\} \cup \{\neg B\}$$

Tableau für die Unerfüllbarkeit

$$C_{\mathcal{T}} = (\forall r.(\neg Q) \sqcup C) \sqcap (\neg A \sqcup \neg B \sqcup Q)$$

$$\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$$



$$L(a) = \{\neg C\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q), \neg A\}$$

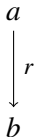
$$L(b) = \{A, B\} \cup \{\neg Q\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q)\}$$

$$\cup \{\neg A\} \cup \{\neg B\} \cup \{Q\}$$

Tableau für die Unerfüllbarkeit

$$C_{\mathcal{T}} = (\forall r.(\neg Q) \sqcup C) \sqcap (\neg A \sqcup \neg B \sqcup Q)$$

$$\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$$



$$L(a) = \{\neg C\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q), \neg A\}$$

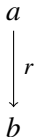
$$L(b) = \{A, B\} \cup \{\neg Q\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q)\}$$

$$\cup \{\neg A\} \cup \{\neg B\} \cup \{Q\}$$

Tableau für die Unerfüllbarkeit

$$C_{\mathcal{T}} = (\forall r.(\neg Q) \sqcup C) \sqcap (\neg A \sqcup \neg B \sqcup Q)$$

$$\mathcal{A} = \{r(a, b), A(b), B(b), \neg C(a)\}$$



$$L(a) = \{\neg C\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q), \neg A\}$$

$$L(b) = \{A, B\} \cup \{\neg Q\} \cup \{C_{\mathcal{T}}, \forall r.(\neg Q) \sqcup C, \neg A \sqcup \neg B \sqcup Q, \forall r.(\neg Q)\}$$

$$\cup \{\neg A\} \cup \{\neg B\} \cup \{Q\}$$

Keine weiteren relevanten Wahlmöglichkeiten

\rightsquigarrow Die Wissensbasis ist unerfüllbar

Optimierte Strukturelle Transformation

- ▶ Wir wollen nun die strukturelle Transformation formal definieren
- ▶ Pro Teilkonzept soll dabei nur ein neuer Konzeptname eingeführt werden
- ▶ Ziel ist eine TBox in eine erfüllbarkeitsäquivalente TBox umzuschreiben, die nur “einfache” Axiome enthält

Polarität von Konzepten

Wir definieren die Polarität eines Konzepts C in einer Formel wie folgt:

- ▶ C kommt in C positiv vor,
- ▶ C kommt in $\neg D$ positiv (negativ) vor wenn C in D negativ (positive) vorkommt,
- ▶ C kommt in $D \sqcap E$ oder $D \sqcup E$ positiv (negativ) vor, wenn C positiv (negativ) in D oder E vorkommt,
- ▶ C kommt in $\exists r.D$ oder $\forall r.D$ positiv (negativ) vor, wenn C positiv (negativ) in D vorkommt,
- ▶ C kommt in $D \sqsubseteq E$ positiv (negativ) vor, wenn C positiv (negativ) in E vorkommt oder negativ (positive) in D .

Polarität von Konzepten

Wir definieren die Polarität eines Konzepts C in einer Formel wie folgt:

- ▶ C kommt in C positiv vor,
- ▶ C kommt in $\neg D$ positiv (negativ) vor wenn C in D negativ (positive) vorkommt,
- ▶ C kommt in $D \sqcap E$ oder $D \sqcup E$ positiv (negativ) vor, wenn C positiv (negativ) in D oder E vorkommt,
- ▶ C kommt in $\exists r.D$ oder $\forall r.D$ positiv (negativ) vor, wenn C positiv (negativ) in D vorkommt,
- ▶ C kommt in $D \sqsubseteq E$ positiv (negativ) vor, wenn C positiv (negativ) in E vorkommt oder negativ (positive) in D .

Ein Konzept kommt in einer (\mathcal{ALC}) TBox \mathcal{T} positiv (negativ) vor, wenn C positiv (negativ) in einem Axiom in \mathcal{T} vorkommt.

Polarität von Konzepten

Wir definieren die Polarität eines Konzepts C in einer Formel wie folgt:

- ▶ C kommt in C positiv vor,
- ▶ C kommt in $\neg D$ positiv (negativ) vor wenn C in D negativ (positive) vorkommt,
- ▶ C kommt in $D \sqcap E$ oder $D \sqcup E$ positiv (negativ) vor, wenn C positiv (negativ) in D oder E vorkommt,
- ▶ C kommt in $\exists r.D$ oder $\forall r.D$ positiv (negativ) vor, wenn C positiv (negativ) in D vorkommt,
- ▶ C kommt in $D \sqsubseteq E$ positiv (negativ) vor, wenn C positiv (negativ) in E vorkommt oder negativ (positive) in D .

Ein Konzept kommt in einer (\mathcal{ALC}) TBox \mathcal{T} positiv (negativ) vor, wenn C positiv (negativ) in einem Axiom in \mathcal{T} vorkommt.

\rightsquigarrow Ein Konzept kann gleichzeitig positiv und negativ in einem Axiom vorkommen.

Optimierte Transformation mit Polarität

Sei \mathcal{T} eine \mathcal{ALC} TBox. Für jedes (Teil-)Konzept C in \mathcal{T} führen wir ein frisches atomares Konzept A_C ein und definieren die Funktion $\text{st}(C)$ wie folgt:

$$\begin{array}{lll} \text{st}(A) = A & \text{st}(\neg C) = \neg A_C & \text{st}(\exists r.C) = \exists r.A_C \\ \text{st}(\top) = \top & \text{st}(C \sqcap D) = A_C \sqcap A_D & \text{st}(\forall r.C) = \forall r.A_C \\ \text{st}(\perp) = \perp & \text{st}(C \sqcup D) = A_C \sqcup A_D & \end{array}$$

Das Ergebnis der strukturellen Transformation einer TBox \mathcal{T} ist eine TBox \mathcal{T}' mit folgenden Axiomen:

- ▶ $A_C \sqsubseteq \text{st}(C)$ für jedes Konzept C das positiv in \mathcal{T} vorkommt,
- ▶ $\text{st}(C) \sqsubseteq A_C$ für jedes Konzept C das negativ in \mathcal{T} vorkommt
- ▶ $A_C \sqsubseteq A_D$ für jedes GCI $C \sqsubseteq D \in \mathcal{T}$.

Vereinfachung von Axiom

Wir können nun die bekannten Äquivalenzen (Vgl. Vorlesung 5) verwenden, um die Axiome weiter zu vereinfachen:

$$\{C \sqsubseteq D \sqcap E\} \equiv \{C \sqsubseteq D, C \sqsubseteq E\}$$

$$\{C \sqcup D \sqsubseteq E\} \equiv \{C \sqsubseteq E, D \sqsubseteq E\}$$

Ergebnis der Strukturellen Transformation

Mit Hilfe der strukturellen Transformation und den bekannten Äquivalenzen, können wir eine \mathcal{ALC} Wissensbasis in eine erfüllbarkeitsäquivalente umschreiben, die nur Axiome der folgenden Form enthält (A und B atomar):

$$A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B_1 \sqcup \dots \sqcup B_m$$

$$A \sqsubseteq \exists r.B$$

$$A \sqsubseteq \forall r.B$$

$$\exists r.A \sqsubseteq B$$

$$\forall r.A \sqsubseteq B$$

Beispiel zur Optimierten Strukturellen Transformation

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\forall r.(A \sqcap D)}_{C_3}}_{C_1} \sqcap A \sqcap \underbrace{\underbrace{\exists s.(A \sqcap D)}_{C_4}}_{C_1}}_{C_7} \sqsubseteq B \sqcup \underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5}}_{C_2} \sqcap F}_{C_8} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}$$

$\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5} \sqcap F}_{C_9}$

Beispiel zur Optimierten Strukturellen Transformation

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\forall r.(A \sqcap D)}_{C_3}}_{C_1} \sqcap A \sqcap \underbrace{\underbrace{\exists s.(A \sqcap D)}_{C_4}}_{C_1}}_{C_7} \sqsubseteq B \sqcup \underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5}}_{C_2} \sqcap F}_{C_8} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}$$

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5}}_{C_2} \sqcap F}_{C_9} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}$$

$$A \sqcap D \sqsubseteq C_1$$

Beispiel zur Optimierten Strukturellen Transformation

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\forall r.(A \sqcap D)}_{C_3}}_{C_1} \sqcap A \sqcap \underbrace{\underbrace{\exists s.(A \sqcap D)}_{C_4}}_{C_1}}_{C_7} \sqsubseteq B \sqcup \underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5}}_{C_2} \sqcap F}_{C_8} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}$$

$\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5} \sqcap F}_{C_9}$

$$A \sqcap D \sqsubseteq C_1$$

$$C_2 \sqsubseteq C \sqcap E$$

Beispiel zur Optimierten Strukturellen Transformation

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\forall r.(A \sqcap D)}_{C_3}}_{C_1} \sqcap A \sqcap \underbrace{\underbrace{\exists s.(A \sqcap D)}_{C_4}}_{C_1}}_{C_7} \sqsubseteq B \sqcup \underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5}}_{C_2} \sqcap F}_{C_8} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}$$

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5}}_{C_2} \sqcap F}_{C_9} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}$$

$$A \sqcap D \sqsubseteq C_1$$

$$C_2 \sqsubseteq C \sqcap E$$

$$\forall r.C_1 \sqsubseteq C_3$$

Beispiel zur Optimierten Strukturellen Transformation

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\forall r.(A \sqcap D)}_{C_3}}_{C_1} \sqcap A \sqcap \underbrace{\underbrace{\exists s.(A \sqcap D)}_{C_4}}_{C_1}}_{C_7} \sqsubseteq B \sqcup \underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5}}_{C_2} \sqcap F}_{C_8} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}$$

$\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5} \sqcap F}_{C_9}$

$$A \sqcap D \sqsubseteq C_1$$

$$C_2 \sqsubseteq C \sqcap E$$

$$\forall r.C_1 \sqsubseteq C_3$$

$$\exists s.C_1 \sqsubseteq C_4$$

Beispiel zur Optimierten Strukturellen Transformation

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\forall r.(A \sqcap D)}_{C_3} \sqcap A}_{C_1} \sqcap \underbrace{\underbrace{\exists s.(A \sqcap D)}_{C_4}}_{C_1}}_{C_7} \sqsubseteq \underbrace{B \sqcup \underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5} \sqcap F}_{C_2}}_{C_8}}_{C_9} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}$$

$$A \sqcap D \sqsubseteq C_1$$

$$C_2 \sqsubseteq C \sqcap E$$

$$\forall r.C_1 \sqsubseteq C_3$$

$$\exists s.C_1 \sqsubseteq C_4$$

$$C_5 \sqsubseteq \exists r.C_3$$

Beispiel zur Optimierten Strukturellen Transformation

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\forall r.(A \sqcap D)}_{C_3} \sqcap A}_{C_1} \sqcap \underbrace{\underbrace{\exists s.(A \sqcap D)}_{C_4}}_{C_1}}_{C_7} \sqsubseteq B \sqcup \underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5} \sqcap F}_{C_2}}_{C_8} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}$$

$$A \sqcap D \sqsubseteq C_1$$

$$C_2 \sqsubseteq C \sqcap E$$

$$\forall r.C_1 \sqsubseteq C_3$$

$$\exists s.C_1 \sqsubseteq C_4$$

$$C_5 \sqsubseteq \exists r.C_3$$

$$C_6 \sqsubseteq \forall r.A$$

Beispiel zur Optimierten Strukturellen Transformation

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\forall r.(A \sqcap D)}_{C_3} \sqcap A}_{C_1} \sqcap \underbrace{\underbrace{\exists s.(A \sqcap D)}_{C_4}}_{C_1}}_{C_7} \sqsubseteq B \sqcup \underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5} \sqcap F}_{C_2}}_{C_8} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}$$

$$A \sqcap D \sqsubseteq C_1$$

$$C_6 \sqsubseteq \forall r.A$$

$$C_2 \sqsubseteq C \sqcap E$$

$$C_3 \sqcap A \sqcap C_4 \sqsubseteq C_7$$

$$\forall r.C_1 \sqsubseteq C_3$$

$$\exists s.C_1 \sqsubseteq C_4$$

$$C_5 \sqsubseteq \exists r.C_3$$

Beispiel zur Optimierten Strukturellen Transformation

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\forall r.(A \sqcap D)}_{C_3} \sqcap A}_{C_1} \sqcap \underbrace{\underbrace{\exists s.(A \sqcap D)}_{C_4}}_{C_1}}_{C_7} \sqsubseteq \underbrace{B \sqcup \underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5} \sqcap F}_{C_2}}_{C_8}}_{C_9} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}$$

$$A \sqcap D \sqsubseteq C_1$$

$$C_2 \sqsubseteq C \sqcap E$$

$$\forall r.C_1 \sqsubseteq C_3$$

$$\exists s.C_1 \sqsubseteq C_4$$

$$C_5 \sqsubseteq \exists r.C_3$$

$$C_6 \sqsubseteq \forall r.A$$

$$C_3 \sqcap A \sqcap C_4 \sqsubseteq C_7$$

$$C_8 \sqsubseteq C_5 \sqcap F$$

Beispiel zur Optimierten Strukturellen Transformation

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\forall r.(A \sqcap D)}_{C_3} \sqcap A}_{C_1} \sqcap \underbrace{\underbrace{\exists s.(A \sqcap D)}_{C_4}}_{C_1}}_{C_7} \sqsubseteq \underbrace{B \sqcup \underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5} \sqcap F}_{C_2}}_{C_8}}_{C_9} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}$$

$$A \sqcap D \sqsubseteq C_1$$

$$C_2 \sqsubseteq C \sqcap E$$

$$\forall r.C_1 \sqsubseteq C_3$$

$$\exists s.C_1 \sqsubseteq C_4$$

$$C_5 \sqsubseteq \exists r.C_3$$

$$C_6 \sqsubseteq \forall r.A$$

$$C_3 \sqcap A \sqcap C_4 \sqsubseteq C_7$$

$$C_8 \sqsubseteq C_5 \sqcap F$$

$$C_9 \sqsubseteq B \sqcup C_8 \sqcup C_6$$

Beispiel zur Optimierten Strukturellen Transformation

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\forall r.(A \sqcap D)}_{C_3} \sqcap A}_{C_1} \sqcap \underbrace{\underbrace{\exists s.(A \sqcap D)}_{C_4}}_{C_1}}_{C_7} \sqsubseteq \underbrace{B \sqcup \underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5}} \sqcap F}_{C_2}}_{C_8} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}}_{C_9}$$

$$A \sqcap D \sqsubseteq C_1$$

$$C_2 \sqsubseteq C \sqcap E$$

$$\forall r.C_1 \sqsubseteq C_3$$

$$\exists s.C_1 \sqsubseteq C_4$$

$$C_5 \sqsubseteq \exists r.C_3$$

$$C_6 \sqsubseteq \forall r.A$$

$$C_3 \sqcap A \sqcap C_4 \sqsubseteq C_7$$

$$C_8 \sqsubseteq C_5 \sqcap F$$

$$C_9 \sqsubseteq B \sqcup C_8 \sqcup C_6$$

$$C_7 \sqsubseteq C_9$$

Beispiel zur Optimierten Strukturellen Transformation

Wir können nun noch die Vereinfachungsregeln anwenden:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\forall r.(A \sqcap D)}_{C_3}}_{C_1} \sqcap A \sqcap \underbrace{\underbrace{\exists s.(A \sqcap D)}_{C_4}}_{C_1}}_{C_7} \sqsubseteq \underbrace{B \sqcup \underbrace{\underbrace{\underbrace{\exists r.(C \sqcap E)}_{C_5}}_{C_2}}_{C_8}}_{C_9} \sqcup \underbrace{\forall r.A}_{C_6}$$

$$A \sqcap D \sqsubseteq C_1$$

$$C_2 \sqsubseteq C$$

$$\forall r.C_1 \sqsubseteq C_3$$

$$\exists s.C_1 \sqsubseteq C_4$$

$$C_5 \sqsubseteq \exists r.C_3$$

$$C_2 \sqsubseteq E$$

$$C_6 \sqsubseteq \forall r.A$$

$$C_3 \sqcap A \sqcap C_4 \sqsubseteq C_7$$

$$C_8 \sqsubseteq C_5$$

$$C_9 \sqsubseteq B \sqcup C_8 \sqcup C_6$$

$$C_7 \sqsubseteq C_9$$

$$C_8 \sqsubseteq F$$

Agenda

- ▶ Motivation
- ▶ Wiederholung Übersetzung in die Prädikatenlogik 1. Stufe
- ▶ Strukturelle Transformation
- ▶ Übersetzung in Klauseln
- ▶ Die Hypertableau Regeln
- ▶ Blockierung im Hypertableau Kalkül
- ▶ Vergleich Tableau und Hypertableau Kalkül
- ▶ Zusammenfassung

Übersetzung in Klauseln

Eine TBox mit den vereinfachten Axiomen kann nun in Klauseln (geschrieben als Regeln) übersetzt werden:

Übersetzung in Klauseln

Eine TBox mit den vereinfachten Axiomen kann nun in Klauseln (geschrieben als Regeln) übersetzt werden:

$$A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B_1 \sqcup \dots \sqcup B_m$$

Übersetzung in Klauseln

Eine TBox mit den vereinfachten Axiomen kann nun in Klauseln (geschrieben als Regeln) übersetzt werden:

$$A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B_1 \sqcup \dots \sqcup B_m$$
$$A_1(x) \wedge \dots \wedge A_n(x) \rightarrow B_1(x) \vee \dots \vee B_m(x)$$

Bei $m = 0$ enthält der Regelkopf $\perp(x)$.

Übersetzung in Klauseln

Eine TBox mit den vereinfachten Axiomen kann nun in Klauseln (geschrieben als Regeln) übersetzt werden:

$$A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B_1 \sqcup \dots \sqcup B_m$$
$$A_1(x) \wedge \dots \wedge A_n(x) \rightarrow B_1(x) \vee \dots \vee B_m(x)$$

Bei $m = 0$ enthält der Regelkopf $\perp(x)$.

$$A \sqsubseteq \exists r.B$$

Übersetzung in Klauseln

Eine TBox mit den vereinfachten Axiomen kann nun in Klauseln (geschrieben als Regeln) übersetzt werden:

$$A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B_1 \sqcup \dots \sqcup B_m$$

$$A_1(x) \wedge \dots \wedge A_n(x) \rightarrow B_1(x) \vee \dots \vee B_m(x)$$

Bei $m = 0$ enthält der Regelkopf $\perp(x)$.

$$A \sqsubseteq \exists r.B \qquad A(x) \rightarrow (\exists r.B)(x)$$

Übersetzung in Klauseln

Eine TBox mit den vereinfachten Axiomen kann nun in Klauseln (geschrieben als Regeln) übersetzt werden:

$$A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B_1 \sqcup \dots \sqcup B_m$$
$$A_1(x) \wedge \dots \wedge A_n(x) \rightarrow B_1(x) \vee \dots \vee B_m(x)$$

Bei $m = 0$ enthält der Regelkopf $\perp(x)$.

$$A \sqsubseteq \exists r.B$$

$$A(x) \rightarrow (\exists r.B)(x)$$

$$A \sqsubseteq \forall r.B$$

Übersetzung in Klauseln

Eine TBox mit den vereinfachten Axiomen kann nun in Klauseln (geschrieben als Regeln) übersetzt werden:

$$A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B_1 \sqcup \dots \sqcup B_m$$
$$A_1(x) \wedge \dots \wedge A_n(x) \rightarrow B_1(x) \vee \dots \vee B_m(x)$$

Bei $m = 0$ enthält der Regelkopf $\perp(x)$.

$$A \sqsubseteq \exists r.B \qquad A(x) \rightarrow (\exists r.B)(x)$$
$$A \sqsubseteq \forall r.B \qquad A(x) \wedge r(x,y) \rightarrow B(y)$$

Übersetzung in Klauseln

Eine TBox mit den vereinfachten Axiomen kann nun in Klauseln (geschrieben als Regeln) übersetzt werden:

$$A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B_1 \sqcup \dots \sqcup B_m$$

$$A_1(x) \wedge \dots \wedge A_n(x) \rightarrow B_1(x) \vee \dots \vee B_m(x)$$

Bei $m = 0$ enthält der Regelkopf $\perp(x)$.

$$A \sqsubseteq \exists r.B \qquad A(x) \rightarrow (\exists r.B)(x)$$

$$A \sqsubseteq \forall r.B \qquad A(x) \wedge r(x,y) \rightarrow B(y)$$

$$\exists r.A \sqsubseteq B$$

Übersetzung in Klauseln

Eine TBox mit den vereinfachten Axiomen kann nun in Klauseln (geschrieben als Regeln) übersetzt werden:

$$A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B_1 \sqcup \dots \sqcup B_m$$

$$A_1(x) \wedge \dots \wedge A_n(x) \rightarrow B_1(x) \vee \dots \vee B_m(x)$$

Bei $m = 0$ enthält der Regelkopf $\perp(x)$.

$A \sqsubseteq \exists r.B$	$A(x) \rightarrow (\exists r.B)(x)$
$A \sqsubseteq \forall r.B$	$A(x) \wedge r(x, y) \rightarrow B(y)$
$\exists r.A \sqsubseteq B$	$r(x, y) \wedge A(y) \rightarrow B(x)$

Übersetzung in Klauseln

Eine TBox mit den vereinfachten Axiomen kann nun in Klauseln (geschrieben als Regeln) übersetzt werden:

$$A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B_1 \sqcup \dots \sqcup B_m$$

$$A_1(x) \wedge \dots \wedge A_n(x) \rightarrow B_1(x) \vee \dots \vee B_m(x)$$

Bei $m = 0$ enthält der Regelkopf $\perp(x)$.

$$A \sqsubseteq \exists r.B \qquad A(x) \rightarrow (\exists r.B)(x)$$

$$A \sqsubseteq \forall r.B \qquad A(x) \wedge r(x, y) \rightarrow B(y)$$

$$\exists r.A \sqsubseteq B \qquad r(x, y) \wedge A(y) \rightarrow B(x)$$

$$\forall r.A \sqsubseteq B$$

Übersetzung in Klauseln

Eine TBox mit den vereinfachten Axiomen kann nun in Klauseln (geschrieben als Regeln) übersetzt werden:

$$A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B_1 \sqcup \dots \sqcup B_m$$

$$A_1(x) \wedge \dots \wedge A_n(x) \rightarrow B_1(x) \vee \dots \vee B_m(x)$$

Bei $m = 0$ enthält der Regelkopf $\perp(x)$.

$A \sqsubseteq \exists r.B$	$A(x) \rightarrow (\exists r.B)(x)$
$A \sqsubseteq \forall r.B$	$A(x) \wedge r(x, y) \rightarrow B(y)$
$\exists r.A \sqsubseteq B$	$r(x, y) \wedge A(y) \rightarrow B(x)$
$\forall r.A \sqsubseteq B$	$\rightarrow (\exists r.\neg A)(x) \vee B(x)$

Agenda

- ▶ Motivation
- ▶ Wiederholung Übersetzung in die Prädikatenlogik 1. Stufe
- ▶ Strukturelle Transformation
- ▶ Übersetzung in Klauseln
- ▶ Die Hypertableau Regeln
- ▶ Blockierung im Hypertableau Kalkül
- ▶ Vergleich Tableau und Hypertableau Kalkül
- ▶ Zusammenfassung

Grundbegriffe zum Hypertableau Kalkül

- ▶ Für eine TBox \mathcal{T} sei $\text{cl}(\mathcal{T})$ die entsprechende Menge der Klauseln
- ▶ Wir setzen voraus, dass die ABox nicht leer ist
- ▶ Wir setzen voraus, dass die ABox nur Fakten der Form $A(a)$, $\neg A(a)$, $(\exists r.A)(a)$, $(\exists r.\neg A)(a)$, $r(a, b)$ enthält
- ▶ Wir schreiben $\text{Vars}(\mathcal{T})$ für die Menge der Variablen in $\text{cl}(\mathcal{T})$
- ▶ Wir schreiben $\text{Inds}(\mathcal{A})$ für die Menge der Individuennamen in \mathcal{A}

Das Hypertableau Kalkül

HT-Regel: Für $A_1 \wedge \dots \wedge A_n \rightarrow B_1 \vee \dots \vee B_m \in \text{cl}(\mathcal{T})$
 und Mapping $\sigma: \text{Vars}(\mathcal{T}) \rightarrow \text{Inds}(\mathcal{A})$ mit
 $\sigma(A_i) \in \mathcal{A}, \sigma(B_j) \notin \mathcal{A}$ für jedes $1 \leq i \leq n,$
 $1 \leq j \leq m$

wähle j mit $1 \leq j \leq m$ und setze $\mathcal{A} = \mathcal{A} \cup \{\sigma(B_j)\}$.

\exists -Regel: Für $(\exists r.C)(v) \in \mathcal{A}$ so dass v nicht blockiert ist und
 es keinen r -Nachfolger v' für v mit $C(v') \in \mathcal{A}$ gibt,
 setze $\mathcal{A} = \mathcal{A} \cup \{r(v, v'), C(v')\}$ für v' ein neuer Knoten.

- ▶ Ein Tableau wird nun als ABox repräsentiert
- ▶ Das Tableau ist widersprüchlich, wenn die ABox $\perp(v)$ oder $A(v)$ und $(\neg A)(v)$ für ein Individuum v und Konzept A enthält

Beispiel Hypertableau

Gegeben sei wieder die TBox \mathcal{T} und ABox \mathcal{A} :

$$\mathcal{T} = \{\exists r.A \sqsubseteq A\} \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \{r(x, y) \wedge A(y) \rightarrow A(x)\}$$

$$a_0 \xrightarrow{r} b_1 \xrightarrow{r} a_1 \xrightarrow{r} b_2 \cdots \cdots \cdots a_{n-1} \xrightarrow{r} b_n \xrightarrow{r} a_n$$

$$\mathcal{A} = \{\neg A(a_0), r(a_0, b_1), r(b_1, a_1), \dots, r(a_{n-1}, b_n), r(b_n, a_n), A(a_n)\} \\ \cup \{A(b_n)\} \cup \{A(a_{n-1})\} \cup \dots \cup \{A(a_0)\}$$

Agenda

- ▶ Motivation
- ▶ Wiederholung Übersetzung in die Prädikatenlogik 1. Stufe
- ▶ Strukturelle Transformation
- ▶ Übersetzung in Klauseln
- ▶ Die Hypertableau Regeln
- ▶ **Blockierung im Hypertableau Kalkül**
- ▶ Vergleich Tableau und Hypertableau Kalkül
- ▶ Zusammenfassung

Blocking im Hypertableau

Blockierungsmechanismus war noch undefiniert:

Definition (Blocking)

Ein Individuum $v \in \text{Inds}(\mathcal{A})$ **blockiert** ein Individuum $v' \in \text{Inds}(\mathcal{A})$ in einer ABox \mathcal{A} **direkt**, wenn:

1. v' von v erreichbar ist,
2. $\{A \mid A(v) \in \mathcal{A}\} = \{A \mid A(v') \in \mathcal{A}\}$; und
3. es keinen direkt blockierten Knoten v'' gibt so dass v' von v'' erreichbar ist.

Ein Individuum $v' \in V$ ist **blockiert** wenn entweder

1. v' direkt blockiert ist oder
2. es einen direkt blockierten Knoten v gibt so dass v' von v erreichbar ist.

Blocking im Hypertableau

Blockierungsmechanismus war noch undefiniert:

Definition (Blocking)

Ein Individuum $v \in \text{Inds}(\mathcal{A})$ **blockiert** ein Individuum $v' \in \text{Inds}(\mathcal{A})$ in einer ABox \mathcal{A} **direkt**, wenn:

1. v' von v erreichbar ist,
2. $\{A \mid A(v) \in \mathcal{A}\} = \{A \mid A(v') \in \mathcal{A}\}$; und
3. es keinen direkt blockierten Knoten v'' gibt so dass v' von v'' erreichbar ist.

Ein Individuum $v' \in V$ ist **blockiert** wenn entweder

1. v' direkt blockiert ist oder
2. es einen direkt blockierten Knoten v gibt so dass v' von v erreichbar ist.

Blocking im Hypertableau

- ▶ Die ABox wird hier wie das Tableau als Graph gesehen in dem jedes Individuum der ursprünglichen ABox die Wurzel eines Baumes bildet
- ▶ Blockierung hängt nur noch von atomaren Konzepten ab
- ▶ Können wir nicht auch Teilmengenblockierung verwenden?

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right\}$$

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\}$$

Beispiel Hypertableau

$$\begin{array}{l}
 \mathcal{T} = \{ \\
 \quad C \sqsubseteq \exists r.C \\
 \quad C \sqsubseteq \exists s.D \\
 \quad \exists s.D \sqsubseteq E \\
 \quad \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E)\}
 \end{array}
 \quad
 \text{cl}(\mathcal{T}) = \{
 \begin{array}{l}
 C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\
 C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\
 s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\
 r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x)
 \end{array}
 \}$$

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\}$$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right\} \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

a

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\}$$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right\} \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

$$a \xrightarrow{t} v_0$$

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\}$$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right\} \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

$$a \xrightarrow{t} v_0$$

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\}$$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right\} \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

$$a \xrightarrow{t} v_0$$

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\} \cup \{(\exists r.C)(v_0)\}$$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right\} \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

$$a \xrightarrow{t} v_0$$

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\} \cup \{(\exists r.C)(v_0)\}$$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right\} \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

$$a \xrightarrow{t} v_0$$

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\} \cup \{(\exists r.C)(v_0)\} \cup \{(\exists s.D)(v_0)\}$$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right\} \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

$$a \xrightarrow{t} v_0$$

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\} \cup \{(\exists r.C)(v_0)\} \cup \{(\exists s.D)(v_0)\}$$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right. \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

$$a \xrightarrow{t} v_0 \xrightarrow{r} v_1$$

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\} \cup \{(\exists r.C)(v_0)\} \cup \{(\exists s.D)(v_0)\} \\ \cup \{r(v_0, v_1), C(v_1)\}$$

v_0 blockiert v_1 (atomare Konzepte): $\mathcal{L}(v_1) = \{C\} \subseteq \mathcal{L}(v_1) = \{C\}$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right. \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

$$a \xrightarrow{t} v_0 \xrightarrow{r} v_1$$

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\} \cup \{(\exists r.C)(v_0)\} \cup \{(\exists s.D)(v_0)\} \\ \cup \{r(v_0, v_1), C(v_1)\}$$

v_0 blockiert v_1 (atomare Konzepte): $\mathcal{L}(v_1) = \{C\} \subseteq \mathcal{L}(v_1) = \{C\}$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right. \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

$$a \xrightarrow{t} v_0 \xrightarrow{r} v_1$$

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\} \cup \{(\exists r.C)(v_0)\} \cup \{(\exists s.D)(v_0)\} \\ \cup \{r(v_0, v_1), C(v_1)\} \cup \{\exists r.C(v_1)\}$$

v_0 blockiert v_1 (atomare Konzepte): $\mathcal{L}(v_1) = \{C\} \subseteq \mathcal{L}(v_1) = \{C\}$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right. \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

$$a \xrightarrow{t} v_0 \xrightarrow{r} v_1$$

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\} \cup \{(\exists r.C)(v_0)\} \cup \{(\exists s.D)(v_0)\} \\ \cup \{r(v_0, v_1), C(v_1)\} \cup \{\exists r.C(v_1)\}$$

v_0 blockiert v_1 (atomare Konzepte): $\mathcal{L}(v_1) = \{C\} \subseteq \mathcal{L}(v_1) = \{C\}$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right\} \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

$$a \xrightarrow{t} v_0 \xrightarrow{r} v_1$$

$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\} \cup \{(\exists r.C)(v_0)\} \cup \{(\exists s.D)(v_0)\} \\ \cup \{r(v_0, v_1), C(v_1)\} \cup \{\exists r.C(v_1)\} \cup \{\exists s.D(v_1)\}$$

v_0 blockiert v_1 (atomare Konzepte): $\mathcal{L}(v_1) = \{C\} \subseteq \mathcal{L}(v_1) = \{C\}$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right. \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

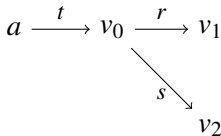
$$a \xrightarrow{t} v_0 \xrightarrow{r} v_1$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = & \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\} \cup \{(\exists r.C)(v_0)\} \cup \{(\exists s.D)(v_0)\} \\ & \cup \{r(v_0, v_1), C(v_1)\} \cup \{\exists r.C(v_1)\} \cup \{\exists s.D(v_1)\} \end{aligned}$$

v_0 blockiert v_1 (atomare Konzepte): $\mathcal{L}(v_1) = \{C\} \subseteq \mathcal{L}(v_1) = \{C\}$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right\} \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

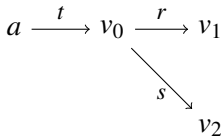


$$\begin{aligned} \mathcal{A} = & \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\} \cup \{(\exists r.C)(v_0)\} \cup \{(\exists s.D)(v_0)\} \\ & \cup \{r(v_0, v_1), C(v_1)\} \cup \{\exists r.C(v_1)\} \cup \{\exists s.D(v_1)\} \\ & \cup \{s(v_0, v_2), D(v_2)\} \end{aligned}$$

v_0 blockiert v_1 (atomare Konzepte): $\mathcal{L}(v_1) = \{C\} \subseteq \mathcal{L}(v_1) = \{C\}$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right\} \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

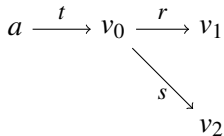


$$\begin{aligned} \mathcal{A} = & \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\} \cup \{(\exists r.C)(v_0)\} \cup \{(\exists s.D)(v_0)\} \\ & \cup \{r(v_0, v_1), C(v_1)\} \cup \{\exists r.C(v_1)\} \cup \{\exists s.D(v_1)\} \\ & \cup \{s(v_0, v_2), D(v_2)\} \end{aligned}$$

v_0 blockiert v_1 (atomare Konzepte): $\mathcal{L}(v_0) = \{C\} \subseteq \mathcal{L}(v_1) = \{C\}$

Beispiel Hypertableau

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} C \sqsubseteq \exists r.C \\ C \sqsubseteq \exists s.D \\ \exists s.D \sqsubseteq E \\ \top \sqsubseteq \forall r.(\neg E) \end{array} \right. \quad \text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{l} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) \\ C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) \\ r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$



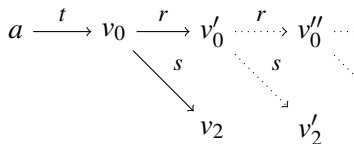
$$\begin{aligned} \mathcal{A} = & \{(\exists t.C)(a)\} \cup \{t(a, v_0), C(v_0)\} \cup \{(\exists r.C)(v_0)\} \cup \{(\exists s.D)(v_0)\} \\ & \cup \{r(v_0, v_1), C(v_1)\} \cup \{\exists r.C(v_1)\} \cup \{\exists s.D(v_1)\} \\ & \cup \{s(v_0, v_2), D(v_2)\} \cup \{E(v_0)\} \end{aligned}$$

v_0 blockiert v_1 (atomare Konzepte): $\mathcal{L}(v_1) = \{C\} \subseteq \mathcal{L}(v_1) = \{C\} \cup \{E\}$
Keine weiteren Regeln anwendbar

Beispiel Hypertableau

Beim Modellbau kriegen wir Probleme (blockiertes Individuum wird durch den Blockierer inkl. darin gewurzelten Teilbaum ersetzt):

$$\text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{ll} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) & C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) & r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$

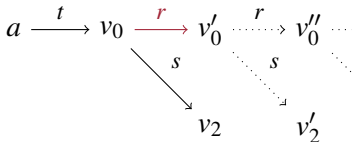


$$\mathcal{A} = \{(\exists t.C)(a), t(a, v_0), C(v_0), E(v_0), (\exists r.C)(v_0), (\exists s.D)(v_0), \\ s(v_0, v_2), D(v_2), r(v_0, v'_0), C(v'_0), E(v'_0), \exists r.C(v'_0), \exists s.D(v'_0), \\ s(v'_0, v'_2), D(v'_2), r(v'_0, v''_0), C(v''_0), E(v''_0), \exists r.C(v''_0), \exists s.D(v''_0), \dots\}$$

Beispiel Hypertableau

Beim Modellbau kriegen wir Probleme (blockiertes Individuum wird durch den Blockierer inkl. darin gewurzelten Teilbaum ersetzt):

$$\text{cl}(\mathcal{T}) = \left\{ \begin{array}{ll} C(x) \rightarrow (\exists r.C)(x) & C(x) \rightarrow (\exists s.D)(x) \\ s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) & r(x, y) \wedge E(y) \rightarrow \perp(x) \end{array} \right\}$$



$$\mathcal{A} = \{ (\exists t.C)(a), t(a, v_0), C(v_0), E(v_0), (\exists r.C)(v_0), (\exists s.D)(v_0), \\ s(v_0, v_2), D(v_2), r(v_0, v'_0), C(v'_0), E(v'_0), \exists r.C(v'_0), \exists s.D(v'_0), \\ s(v'_0, v'_2), D(v'_2), r(v'_0, v''_0), C(v''_0), E(v''_0), \exists r.C(v''_0), \exists s.D(v''_0), \dots \}$$

Vergleich Blockierung im Tableau und Hypertableau Kalkül

- ▶ Teilmengen-Blockierung geht im Hypertableau nicht
- ▶ Hinzunehmen der nicht-atomaren Konzepte hilft nicht
- ▶ Axiom $\exists s.D \sqsubseteq E$ äquivalent zu $D \sqsubseteq \forall s^-.E$

Vergleich Blockierung im Tableau und Hypertableau Kalkül

- ▶ Teilmengen-Blockierung geht im Hypertableau nicht
- ▶ Hinzunehmen der nicht-atomaren Konzepte hilft nicht
- ▶ Axiom $\exists s.D \sqsubseteq E$ äquivalent zu $D \sqsubseteq \forall s^-.E$

$$\exists s.D \sqsubseteq E$$

$$D \sqsubseteq \forall s^-.E$$

Vergleich Blockierung im Tableau und Hypertableau Kalkül

- ▶ Teilmengen-Blockierung geht im Hypertableau nicht
- ▶ Hinzunehmen der nicht-atomaren Konzepte hilft nicht
- ▶ Axiom $\exists s.D \sqsubseteq E$ äquivalent zu $D \sqsubseteq \forall s^-.E$

$$\begin{array}{l} \exists s.D \sqsubseteq E \\ \forall s.(\neg D) \sqcup E \end{array}$$

$$\begin{array}{l} D \sqsubseteq \forall s^-.E \\ \neg D \sqcup \forall s^-.E \end{array}$$

Vergleich Blockierung im Tableau und Hypertableau Kalkül

- ▶ Teilmengen-Blockierung geht im Hypertableau nicht
- ▶ Hinzunehmen der nicht-atomaren Konzepte hilft nicht
- ▶ Axiom $\exists s.D \sqsubseteq E$ äquivalent zu $D \sqsubseteq \forall s^-.E$

$$\begin{array}{ll}
 \exists s.D \sqsubseteq E & D \sqsubseteq \forall s^-.E \\
 \forall s.(\neg D) \sqcup E & \neg D \sqcup \forall s^-.E \\
 s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) & D(x) \wedge s^-(x, y) \rightarrow E(y)
 \end{array}$$

Vergleich Blockierung im Tableau und Hypertableau Kalkül

- ▶ Teilmengen-Blockierung geht im Hypertableau nicht
- ▶ Hinzunehmen der nicht-atomaren Konzepte hilft nicht
- ▶ Axiom $\exists s.D \sqsubseteq E$ äquivalent zu $D \sqsubseteq \forall s^-.E$

$$\begin{array}{ll}
 \exists s.D \sqsubseteq E & D \sqsubseteq \forall s^-.E \\
 \forall s.(\neg D) \sqcup E & \neg D \sqcup \forall s^-.E \\
 s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) & D(x) \wedge s^-(x, y) \rightarrow E(y) \\
 & D(x) \wedge s(y, x) \rightarrow E(y)
 \end{array}$$

Vergleich Blockierung im Tableau und Hypertableau Kalkül

- ▶ Teilmengen-Blockierung geht im Hypertableau nicht
- ▶ Hinzunehmen der nicht-atomaren Konzepte hilft nicht
- ▶ Axiom $\exists s.D \sqsubseteq E$ äquivalent zu $D \sqsubseteq \forall s^-.E$

$\exists s.D \sqsubseteq E$	$D \sqsubseteq \forall s^-.E$
$\forall s.(\neg D) \sqcup E$	$\neg D \sqcup \forall s^-.E$
$s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x)$	$D(x) \wedge s^-(x, y) \rightarrow E(y)$
	$D(x) \wedge s(y, x) \rightarrow E(y)$
	$D(y) \wedge s(x, y) \rightarrow E(x)$

Vergleich Blockierung im Tableau und Hypertableau Kalkül

- ▶ Teilmengen-Blockierung geht im Hypertableau nicht
- ▶ Hinzunehmen der nicht-atomaren Konzepte hilft nicht
- ▶ Axiom $\exists s.D \sqsubseteq E$ äquivalent zu $D \sqsubseteq \forall s^-.E$

$$\begin{array}{ll}
 \exists s.D \sqsubseteq E & D \sqsubseteq \forall s^-.E \\
 \forall s.(\neg D) \sqcup E & \neg D \sqcup \forall s^-.E \\
 s(x, y) \wedge D(y) \rightarrow E(x) & D(x) \wedge s^-(x, y) \rightarrow E(y) \\
 & D(x) \wedge s(y, x) \rightarrow E(y) \\
 & D(y) \wedge s(x, y) \rightarrow E(x)
 \end{array}$$

- ▶ Für inverse Rollen braucht auch das Tableau Kalkül auf Gleichheits-Blockierung
- ▶ Für das Axiom $\exists s.D \sqsubseteq E$ erzwingt das Tableau Kalkül eine Auswahl (GCI \rightsquigarrow Disjunktion)

Agenda

- ▶ Motivation
- ▶ Wiederholung Übersetzung in die Prädikatenlogik 1. Stufe
- ▶ Strukturelle Transformation
- ▶ Übersetzung in Klauseln
- ▶ Die Hypertableau Regeln
- ▶ Blockierung im Hypertableau Kalkül
- ▶ Vergleich Tableau und Hypertableau Kalkül
- ▶ Zusammenfassung

Anmerkungen Hypertablaue

- ▶ Hypertableau braucht Gleichheits-Blockierung
- ▶ Mit Zahlenrestriktionen/Funktionalität dann auch Paar-Blockierung (pairwise blocking)
- ▶ Inverse Rollen verschwinden in den Regeln (Variablenpositionen werden getauscht)
- ▶ Übersetzung in Regeln in der Realität komplexer (weitere Heuristiken zur Vermeidung von Disjunktionen)
- ▶ Zum Auswerten der Regeln kann semi-naive Evaluierung angewendet werden (siehe Vorlesung 7)
- ▶ Dependency directed backtracking kann genau wie im Tableau verwendet werden
- ▶ (Un)Gleichheit für Funktionalität/Zahlenrestriktionen:
 - ▶ $\text{Func}(f)$ entspricht der Regel $f(x, y_1) \wedge f(x, y_2) \rightarrow y_1 \approx y_2$
 - ▶ spezielle Regel \approx -Regel für merging und pruning

Vergleich Tableau und Hypertableau

- ▶ Hypertableau hat eine aufwändigere Vorverarbeitung
- ▶ Nichtdeterminismus lässt sich oft vermeiden
- ▶ Blockierung braucht allerdings immer Gleichheit
- ▶ ABox wird durch Regeln erweitert analog zur Erweiterung des Tableau
- ▶ Guter Mechanismus zum Auswerten der Regeln wichtig
- ▶ Implementierung als ABox statt über Graphstrukturen macht das Überprüfen der Blockierungsbedingungen schwieriger (\rightsquigarrow Optimierung über Hashing)
- ▶ Tableau und Hypertableau lassen sich für OWL 2 erweitern (insbesondere Nominale schwierig)
- ▶ Hypertableau implementiert in Hermit, Tableau in FaCT++ und Pellet

Agenda

- ▶ Motivation
- ▶ Wiederholung Übersetzung in die Prädikatenlogik 1. Stufe
- ▶ Strukturelle Transformation
- ▶ Übersetzung in Klauseln
- ▶ Die Hypertableau Regeln
- ▶ Blockierung im Hypertableau Kalkül
- ▶ Vergleich Tableau und Hypertableau Kalkül
- ▶ Zusammenfassung

Zusammenfassung

- ▶ Wir haben die grundlegenden Kalküle kennengelernt die auf der Modellkonstruktion basieren
- ▶ OWL Profile können auch mit effizienteren Verfahren implementiert werden (\rightsquigarrow consequence-based procedures)
- ▶ Tableau und Hypertableau sind korrekt und terminieren
 - ▶ Beweise gerade für ausdrucksstärkere Logiken schwierig
- ▶ In der Praxis diverse Optimierungen (Blockierung, Caching von Modellteilen, Heuristiken, etc.)
- ▶ Anwendbar für mittelgroße Wissensbasen, aber sehr abhängig von der Komplexität der Axiome
- ▶ Worst-case für \mathcal{ALC} Wissensbasen: EXPTIME, für OWL 1 DL: NEXPTIME und für OWL 2 DL: 2-NEXPTIME

Was wir nicht behandelt haben

- ▶ Zahlenrestriktionen (ausser Funktionalität im Tableau)
- ▶ Datentypen (spezielle Algorithmen)
- ▶ Nominale und insb. das Zusammenspiel mit Inversen und Zahlenrestriktionen
- ▶ Optimierte Regelübersetzung für das Hypertableau
- ▶ Weitere Optimierungen: disjunction learning, told subsumers, etc.
- ▶ Genauere Komplexitätsbetrachtungen
- ▶ Außer dem Testen der Erfüllbarkeits nur Klassifikation betrachtet, Realisierung (berechnen der Typen von Individuen bzw. der Instanzen von Konzepten)
- ▶ APIs (insb. OWL API)