
Informationstheorie SS 2009
Prof. Günther Palm • Institut für Neuroinformatik
7. Aufgabenblatt (Abgabe: 17.06.2009)

22. Aufgabe: (6 Punkte)

Seit dem letzten Übungsblatt hat ein einsamer Inselbewohner versucht, den Telegraphen aus Aufgabe 20 zu reparieren, damit er endlich wieder Würfelspiele mit seinen Nachbarn spielen kann. Da er allerdings nie gelernt hat, elektronische Geräte instand zu setzen, ist ihm die Reparatur nicht gelungen. Der Telegraph zeigt nun folgendes Übertragungsverhalten:

- $1 \mapsto 6$
- $2 \mapsto (2, 4, 6)$
- $3 \mapsto (3, 5)$
- $4 \mapsto (2, 4)$
- $5 \mapsto (2, 6)$
- $6 \mapsto (1, 3, 5, 6)$

Dabei findet die Übertragung in fehlerhaften Fällen jeweils gleichwahrscheinlich statt, d.h. wenn man versucht eine 3 zu senden, wird mit 50% Wahrscheinlichkeit eine 3 empfangen, mit 50% jedoch eine 5. Wir verwenden die Notation aus Aufgabe 20. Bestimmen Sie, ob die Reparatur den Telegraphen verbessert oder verschlechtert hat. Berechnen Sie dazu

- die Fehlerwahrscheinlichkeit $P(X \neq Z)$.
- die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(X \neq Z | Z = k)$.
- die Transinformation $T(X, Z)$.

und vergleichen Sie die Werte mit den Ergebnissen aus Aufgabe 20. Wie muss man das Würfelspiel (hier die Menge der übertragenen Zeichen) einschränken, wenn man den Telegraphen im jetzigen Zustand zur fehlerfreien Übertragung benutzen möchte?

23. Aufgabe: (2 Punkte)

Gegeben sei ein symmetrischer Binärkanal, d.h. ein Kanal mit der Matrix

$$P = \begin{pmatrix} 1-p & p \\ p & 1-p \end{pmatrix}$$

Dabei gibt p die Fehlerwahrscheinlichkeit des Kanals an. Bestimmen Sie die Kanalkapazität.

Hinweis: Benutzen Sie $T(X, Y) = I(Y) - I(Y|X)$. Welcher Wert ergibt sich für $T(X, Y)$ bei $p = 0.17$?

24. Aufgabe: (5 Punkte)

Mit dem Kanal aus Aufgabe 23 mit Fehlerwahrscheinlichkeit $p = 0.17$ sollen nun Symbole übertragen werden. Hierzu wird jedes Bit dreimal gesendet. Was ergibt sich als Fehlerwahrscheinlichkeit pro Bit bei optimalem Raten mittels $g : \{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}$? Bestimmen Sie die Transinformation $T(X, g(Y))$, wenn X das gesendete und Y das empfangene Bit bezeichnet.

25. Aufgabe: (2 Punkte)

Sei P der symmetrische Binärkanal aus Aufgabe 23. Bestimmen Sie die Übergangswahrscheinlichkeiten des Kanals Q , der durch zweimalige Anwendung des Kanals P entsteht.