Informationstheorie SS 2009

Prof. Günther Palm • Institut für Neuroinformatik

11. Aufgabenblatt (Abgabe: 15.07.2009)

36. Aufgabe: (15 + 15 Punkte)

Finden Sie für die unten angegebenen Übergangswahrscheinlichkeiten P_i einen invarianten Wahrscheinlichkeitsvektor p_i (Fixvektor) mit i=1,2,3. Ist dieser eindeutig? Sei X jeweils der mit diesem Vektor p_i und P_i konstruierte stationäre Markov-Prozeß $X=(X_t)_{t\in\mathbb{N}_0}$. Bestimmen Sie die Informationsrate I(X).

Zusatzfragen: Erfüllt X das Gesetz der großen Zahlen? Hat I(X) denselben Wert, wenn man als Startvektor einen anderen (u.U. nicht invarianten) Vektor nimmt?

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0 & 0.6 & 0.7 & 0.9 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & 0\\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3}\\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0\\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$P_3 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$$