

**14. Aufgabe (5): Support Vektoren**

Das XOR-Problem im  $\mathbb{R}^2$  ist durch folgende vier Datenpunkte definiert:

$$x^1 = (1, 1), T^1 = 1$$

$$x^2 = (1, -1), T^2 = -1$$

$$x^3 = (-1, -1), T^3 = 1$$

$$x^4 = (-1, 1), T^4 = -1.$$

Es sei  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^6$  eine nichtlineare Transformation, definiert durch

$$\varphi(x_1, x_2) = (1, \sqrt{2}x_1, \sqrt{2}x_2, \sqrt{2}x_1x_2, x_1^2, x_2^2).$$

1. Berechnen Sie die Punkte  $\varphi(x^i)$  und bestimmen Sie die Supportvektoren im  $\mathbb{R}^6$ .
2. Eine sogenannte Kernelfunktion sei gegeben durch  $k(x, y) = (\langle x, y \rangle + 1)^2$ .  
Zeigen Sie  $k(x, y) = \langle \varphi(x), \varphi(y) \rangle$ . Hierbei sei  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^6$  wie oben definiert.
3. Wie lautet die Entscheidungsfunktion  $F(\varphi(x))$ ?

**15. Aufgabe (5): Regression**

Es seien die folgenden Daten gegeben:

$X$	$Y$
4,70	70
4,30	75
3,80	80
4,50	75
5,40	50
5,00	60
4,10	70
4,30	65
3,90	75
4,00	85

Bestimmen Sie die Regressionsgerade  $y = ax + b$  sowie den Korrelationskoeffizienten  $r_{XY}$ .