Kybernetik

Stabilität

Mohamed Oubbati
Institut für Neuroinformatik

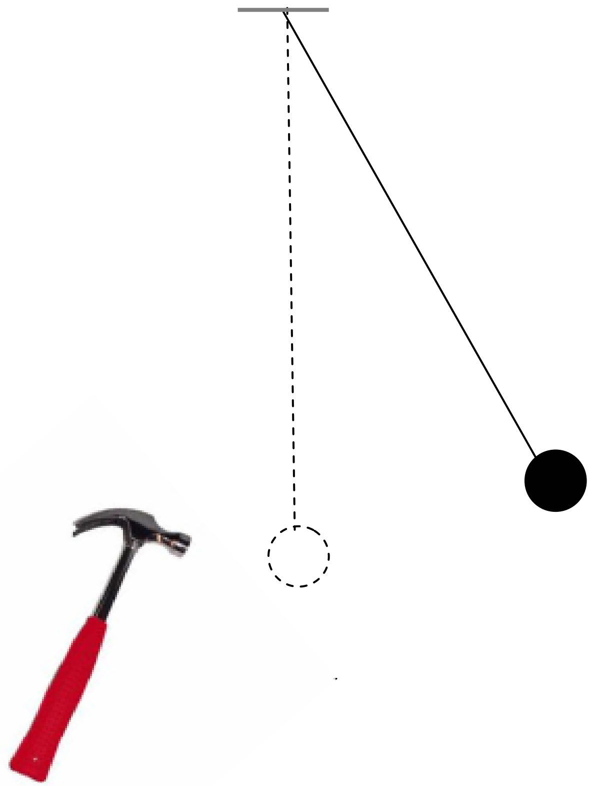
Tel.: (+49) 731 / 50 24153
mohamed.oubbati@uni-ulm.de

22. 05. 2012

Stabilität

Definition 1

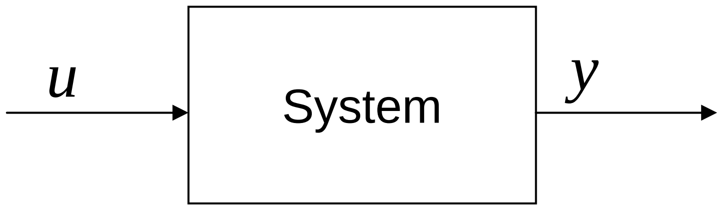
Ein System, das nach einer Anregung in seinen ursprünglichen Zustand von selbst zurückkehrt, heißt stabil.



Stabilität

Definition 2 (BIBO-stability) (BIBO= Bounded Input Bounded Output)

Ein System heißt stabil, wenn für jedes begrenztes Eingangssignal u das entsprechende Ausgangssignal y ebenfalls begrenzt bleibt.

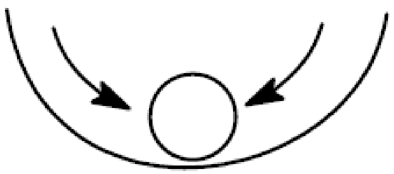


$$|u| \leq k_1 \quad \Rightarrow \quad |y| \leq k_2$$

die Konstanten $k_1, k_2 \in \Re$

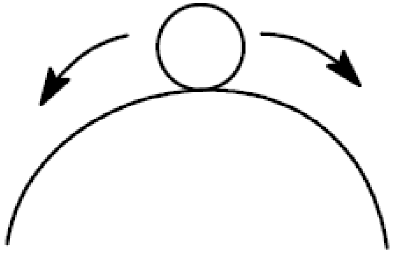
Stabilität

Definition 3



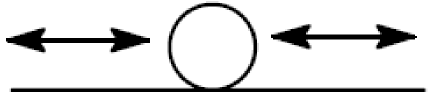
(*asymptotically stable*)

Ein System, das nach einer Anregung in seinen ursprünglichen Zustand von selbst zurückkehrt, heißt asymptotisch Stabil.



(*instable*)

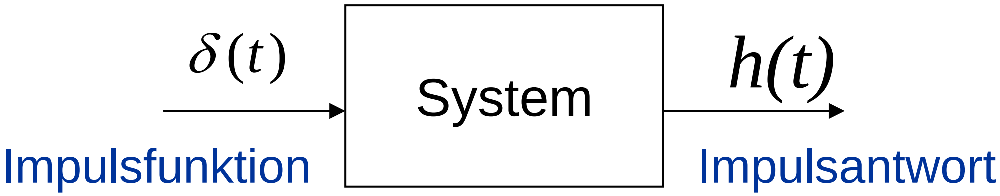
Ein System, das nach einer Anregung nicht begrenzt bleibt, heißt instabil.



(*marginally stable*)

Ein System, das nach einer Anregung nicht in seinen ursprünglichen Zustand zurückkehrt, aber begrenzt bleibt, heißt grenzstabil.

Stabilitätskriterium im Zeitbereich

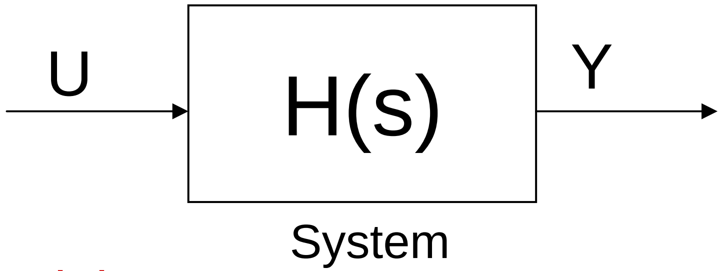


asymptotisch Stabil: $\lim_{t \to \infty} h(t) = 0$

grenzstabil: $\lim_{t \to \infty} h(t) = c \,, \quad c \neq 0 \; und \; c < \infty$

Instabil: $\lim_{t \to \infty} h(t) = \infty$

Stabilitätskriterium im Laplace-Bereich



H(s): Übertragungsfunktion

$$H(s)=\frac{\text{Zählerpolynom}}{\text{Nennerpolynom}}$$

- **Nennerpolynom** heißt auch das **charakteristische Polynom**.

- **Polstellen** der Übertragungsfunktion sind die **Nullstellen des Nennerpolynoms**.

- **Polstellen** können komplex oder reell sein.

- die **Polstellen** der Übertragungsfunktion **beeinflussen die Stabilität** und das Verhalten des LTI-Systems insgesamt.

s_i sind die Polstellen

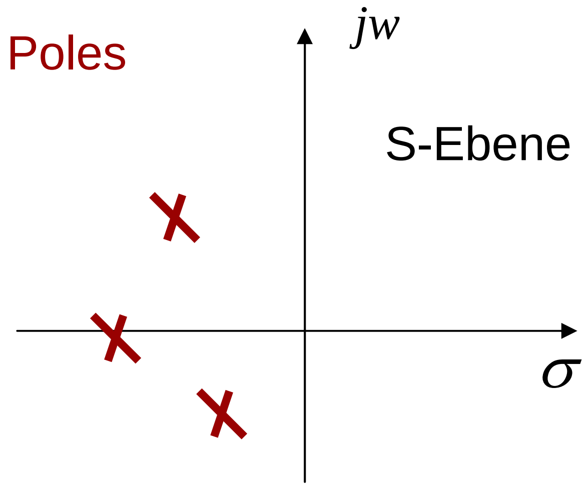
asymptotisch Stabil: wenn alle Realteile der Polstellen absolut Negative sind.

$$\mathrm{Re}(s_i) < 0,\ \forall i$$

grenzstabil: wenn mindestens eine Polstelle imaginär ist, bzw. das Realteil=0.

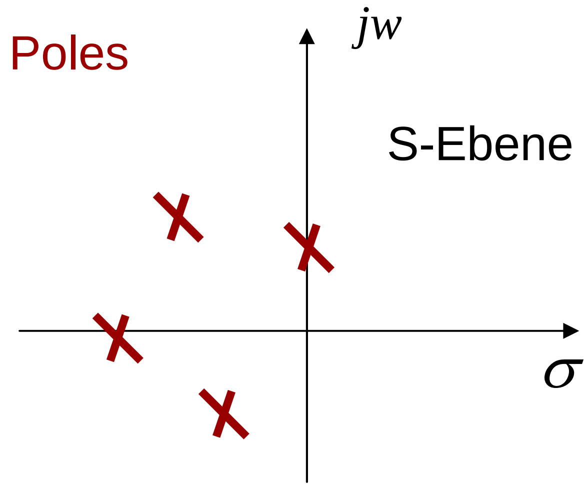
$$\mathrm{Re}\left(s_i\right) \leq 0,\ \forall i$$

Instabil: wenn mindestens eine Polstelle einen positiven Realteil hat.



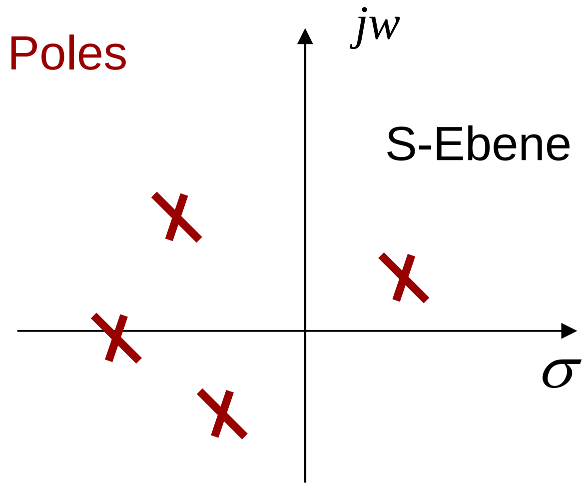
asymptotisch Stabil

wenn alle Polstellen in der linken S-Halbebene liegen



Grenzstabil

wenn mindestens eine Polstelle auf der j- Achse liegt, und keine Polstelle in der rechten s-Halbebene liegt.



Instabil

wenn mindestens eine Polstelle auf der rechten s-Halbebene liegt

Routh Test

Routh Test

Using the Routh test it is possible to find out whether the poles are in the right-half plane, without knowing their exact values.

$$p(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n$$

s^n	a_0	a_2	a_4	a_6 …
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7 …
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	…
:	:	:	:	
s^0				

$$b_1 = {}^{-\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}}\Big/_{a_1}, \quad b_2 = {}^{-\begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}}\Big/_{a_1}, \quad b_3 = {}^{-\begin{vmatrix} a_0 & a_6 \\ a_1 & a_7 \end{vmatrix}}\Big/_{a_1}$$

Routh Test

s^n	a_0	a_2	a_4	a_6 ...
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7 ...
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	...
:	:	:	:	
s^0				

Routh Theorem. The number of roots of p(s) in the right-half plane equals the number of sign changes in the first column.

Paper

Ming-Tzu Ho, Aniruddha Datta, and S. P. Bhattacharyya, **An Elementary Derivation of the Routh–Hurwitz Criterion,** IEEE Transactions on Automatic Control vol. 43, no. 3, 1998, pp. 405-409.

Routh Test

Beispiel

$$p(s) = s^4 + 2s^3 + 6s^2 + 10s + 7$$

s^4	1	6	7
s^3	2	10	
s^2	1	7	
s^1	-4		
s^0	7		

→ There are two sign changes in column one, so the polynomial has two unstable roots.

Treffen Sie eine Aussage über die Stabilität der folgenden Systeme:

$$H(s) = \frac{1}{s^5 + s^3 - 8s^2 - 8}$$

$$H(s) = \frac{1}{s^3 + 4s^2 + 13s}$$

$$H(s) = \frac{1}{s^4 + 5s^3 + 10s^2 + 20s + 24}$$