
Informationstheorie SS 2012
Prof. Günther Palm • Institut für Neuroinformatik
6. Aufgabenblatt (Abgabe: 18.06.2012)

15. Aufgabe: (6 Punkte)

Gegeben sei ein symmetrischer Binärkanal, d.h. ein Kanal mit Ein- und Ausgabealphabet $\{0, 1\}$ und

$$C = \begin{pmatrix} 1-p & p \\ p & 1-p \end{pmatrix}.$$

Dabei gibt p die Fehlerwahrscheinlichkeit des Kanals an. Bestimmen Sie die Transinformation $T(X, Y)$ dieses Kanals für $p[X = 0] = \frac{1}{2}$. Welcher Wert ergibt sich für $T(X, Y)$ bei $p = \frac{1}{2}$? Was ergibt sich für $p = \frac{1}{10}$ und $p[X = 0] = \frac{1}{4}$? Was ist die Kapazität von C ?

16. Aufgabe: (2 Punkte)

Sei C der symmetrische Binärkanal aus Aufgabe 15. Bestimmen Sie die Übergangswahrscheinlichkeiten des Kanals, der durch zweimalige Anwendung des Kanals C entsteht.

17. Aufgabe: (6 Punkte)

Seit dem letzten Übungsblatt hat ein einsamer Inselbewohner versucht, den Telegraphen aus Aufgabe 13 zu reparieren, damit er endlich wieder Würfelspiele mit seinen Nachbarn spielen kann. Da er allerdings nie gelernt hat, elektronische Geräte instand zu setzen, ist ihm die Reparatur nicht gelungen. Der Telegraph zeigt nun folgendes Übertragungsverhalten:

- $1 \mapsto 6$
- $2 \mapsto (2, 4, 6)$
- $3 \mapsto (3, 5)$
- $4 \mapsto (2, 4)$
- $5 \mapsto (2, 6)$
- $6 \mapsto (1, 3, 5, 6)$

Dabei findet die Übertragung in fehlerhaften Fällen jeweils gleichwahrscheinlich statt, d.h. wenn man versucht eine 3 zu senden, wird mit 50% Wahrscheinlichkeit eine 3 empfangen, mit 50% jedoch eine 5. Wir verwenden die Notation aus Aufgabe 13. Bestimmen Sie, ob die Reparatur den Telegraphen verbessert oder verschlechtert hat. Berechnen Sie dazu

- die Fehlerwahrscheinlichkeit $P(X \neq Z)$.
- die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(X \neq Z | Z = k)$.
- die Transinformation $T(X, Z)$.

und vergleichen Sie die Werte mit den Ergebnissen aus Aufgabe 13. Wie muss man das Würfelspiel (hier die Menge der übertragenen Zeichen) einschränken, wenn man den Telegraphen im jetzigen Zustand zur fehlerfreien Übertragung benutzen möchte?