

---

## Informationstheorie SS 2012

Prof. Günther Palm • Institut für Neuroinformatik

9. Aufgabenblatt (Abgabe: 09.07.2012)

---

### 24. Aufgabe: (4 Punkte)

Gegeben sei die Kanalmatrix

$$P = \frac{1}{16} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 8 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 8 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 8 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

Mittels des durch die Matrix  $P$  beschriebenen Kanals werden Ergebnisse eines Würfelspiels (fairer Würfel) transportiert. Bestimmen Sie:  $P(Y = 6|X \neq 6)$ ,  $P(Y \neq 6|X = 6)$ ,  $N(d_6)$  sowie  $N(d_6|Y)$ . Dabei ist

$$d_6(x, y) = \begin{cases} [X = 6] & \text{falls } x = 6 \\ [X \text{ beliebig}] & \text{falls } x \neq 6. \end{cases}$$

### 25. Aufgabe: (5 Punkte)

In der Fernsehlotterie kann man für 10 Euro Einsatz darauf wetten, ob ein verdeckt geworfener Würfel eine Sechs zeigt oder nicht. Wenn man richtig rät, gewinnt man 60 Euro, sonst verliert man den Einsatz.

Sie kennen einen Mitarbeiter, der Ihnen Informationen über das Spiel zukommen lässt. Bevor die Sendung ausgestrahlt wird, erfahren Sie durch den Kanal aus Aufgabe 24, ob der Würfel eine Sechs zeigt oder nicht. Der Informant sendet "1", wenn keine Sechs fiel, ansonsten sendet er "6". Nach Informationserhalt können Sie entscheiden, an dem Spiel teilzunehmen oder nicht. Wie muss man die Information auswerten, um den Gewinn zu maximieren? Wie hoch ist der mittlere Gewinn pro Sendung?

### 26. Aufgabe: (3 Punkte)

Gegeben sei der Markov-Prozeß  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  aus Aufgabe 19. Berechnen Sie die Informationsrate.

### 27. Aufgabe: (8 Zusatzpunkte)

Gegeben sei der Markov-Prozeß  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  aus Aufgabe 19. Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  wird durch die binäre Zufallsvariable  $X_n$  eine neue Zufallsvariable  $Y_n$  mit Werten in  $\{0, 1, 2\}$  definiert. Sei  $p \in (0, 1)$  und der Übergang  $X_n \rightsquigarrow Y_n$  durch die folgende Übergangsmatrix definiert.

$$Q = \begin{pmatrix} 1-p & 0 & p \\ 0 & 1-p & p \end{pmatrix}.$$

- Ist  $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ein Markov-Prozeß? Falls ja, geben Sie die Übergangsmatrix an. **Hinweis:** Berechnen Sie z.B.  $T(Y_1, Y_3 | Y_2)$ .
- Ist  $(X_n, Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ein Markov-Prozeß? Falls ja, bestimmen Sie die Übergangsmatrix.