

Lösung der Aufgabe 8.3.1

Vorläufige Version, noch nicht korrigiert!

Aufgabe

Ein Laser emittiert bei der Wellenlänge λ . In welcher Entfernung sind die Fernfeldbedingungen für Aufpunkte im Abstand $r = a \cdot \lambda$ von der Achse erfüllt? Der Radius r_0 der emittierenden Fläche ist klein gegen r , er ist in der Größenordnung der Emissionswellenlänge λ . (Hinweis: Bei einer Emissionswellenlänge von typisch etwa $1 \mu\text{m}$ ist der Durchmesser der emittierenden Fläche weniger als $1 \mu\text{m}$ groß. Für Aufpunkte im Abstand von 1 cm von der Achse ist $a > 10^4$!).

Lösung

Zeichnung

Nahzone: $2r_0 \ll |\vec{p}| \ll \lambda$ Fernzone: $2r_0 \lesssim \lambda \ll |\vec{p}|$

Fresnel Näherung (in Fernzone)

$$k_x^2 + k_y^2 \ll k^2 \quad \Rightarrow \quad k_z^2 \simeq k^2 \quad (\text{Achснае Ausbreitung})$$

Alternativ:

$$z^2 \gg (r - r_0)^2$$

Fraunhofer Näherung (zusätzlich zu Fresnel):

$$|z| \cdot \lambda \gg \pi \cdot r_0^2$$

Hier : Fernfeld

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 1. \quad z^2 + r^2 \gg \lambda \\ 2. \quad z^2 \gg r^2 \\ 3. \quad |z| \cdot \lambda \gg r_0^2 \cdot \pi \end{array}$$

$$\begin{array}{l} r = a \cdot \lambda, \quad a \gg 1 \quad \Rightarrow \quad 1. \text{ erfüllt wegen } r \gg \lambda \\ r_0 \simeq \lambda \quad \Rightarrow \quad |z| \cdot \lambda \gg \lambda^2 \cdot \pi \quad \Rightarrow \\ |z| \gg \lambda \cdot \pi \\ |z| \gg r \gg \lambda \\ \Rightarrow \quad 3. \text{ erfüllt, wenn } |z| \gg r \quad \text{erfüllt ist} \end{array}$$