

Übersicht

- Bottom-up-Syntaxanalyse
- LR(k)-Analysatoren
 - Charakteristischer endlicher Automat $\text{char}(K_G)$
 - Item-Kellerautomat K_G und $\text{char}(K_G)$
 - Zuverlässige Präfixe, gültige Items
- LR-DEA(G)
- Kellerautomat K_0
- LR(k)
 - Definition, Eigenschaften, Beispiele
 - LR(k)-Items
 - Alternative Definition für LR(k)
- LR(k)-Parser
- Kanonische LR(1)-Zustandsmengen
- Andere LR-Verfahren
 - SLR(1)
 - LALR(1)
- Fehlerbehandlung in LR-Parsern

Lernziele

- Das Grundprinzip der Bottom-Up-Syntaxanalyse erklären können
- Grundidee und wichtigste theoretische Aspekte von LR(k) benennen können
- Beschreiben können, wie ein LR(k)-Parser im Prinzip arbeitet
- Verschiedene Verfahren zur Berechnung von LR(1)-Zustandsmengen und ihre Zusammenhänge gegenüberstellen können
- Die Grundideen der Fehlerbehandlung in LR-Parsern beschreiben können

Bottom-up-Parser

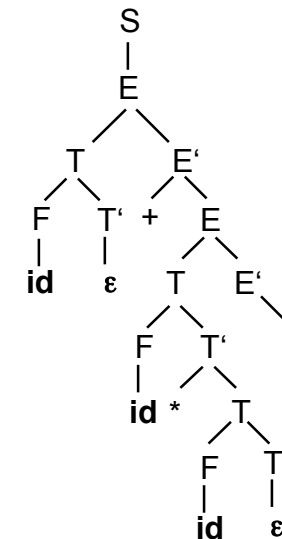
- Konstruiert Syntaxbaum von den Blättern her ——— *Ist Rechtsparser*
- Anfangssituation **Keller** ε **Resteingabe** $\text{id} + \text{id} * \text{id}$
- Aktivitäten („shift-reduce-Parser“)
 - Terminale lesen = Kellern des nächsten Eingabesymbols („shift“)
 - Am Kellerende Produktion „von rechts nach links“ anwenden („reduce“)

Beispiel (Rechtsableitung und shift-reduce-Verhalten)

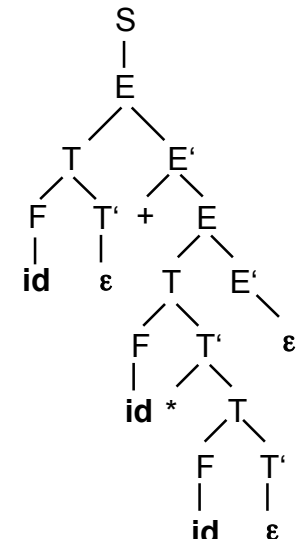
- Geg.: kfG $G_2 = (\{S, E, T, F\}, \{+, *, (,), \text{id}\}, P, S)$ mit
 $P = \{S \rightarrow E, E \rightarrow TE', E' \rightarrow \varepsilon, E' \rightarrow +E, T \rightarrow FT',$
 $T' \rightarrow \varepsilon, T' \rightarrow *T, F \rightarrow (E), F \rightarrow \text{id}\}$

Eingabewort

$\text{id} + \text{id} * \text{id}$



reduktive Sicht



Rechtsableitung

Schwierigkeiten

- Eine Reduktion die gemacht werden muss (*handle* ➡), um eine Rechtsableitung zu erhalten, darf nicht verpasst werden (d.h. im Keller durch ein gelesenes Symbol „zugedeckt“ werden)
- Nicht jede rechte Seite einer Produktion am oberen Kellerende ist ein „handle“
($\Rightarrow$ mögliche Sackgassen bei der Analyse)

Beispiel

- Sei $G_0' = (\{S, E, T, F\}, \{+, *, (,), \text{id}\}, \{S \rightarrow E, E \rightarrow E+T \mid T, T \rightarrow T * F \mid F, F \rightarrow (E) \mid \text{id}\}, S)$
- Bottom-up-Analyse des Satzes **id * id**

Keller	Eingabe	Kommentar
id	id * id	
F	* id	
T	* id	
T *	* id	
T * id	id	Reduktion von T zu E führte in Sackgasse
T * F		
T		Reduktion von F zu T führte in Sackgasse
E		
S		akzeptiert

Grundlage

- Item-Kellerautomat K_G
- Bei LL(k)
 - Eindeutige Auswahl von Alternativen bei Expansionsübergängen durch Vorausschau
- Bei LR(k)
 - Entscheidung über Weiterlesen oder Reduzieren durch Vorausschau
 - L: von Links nach rechts lesen
 - R: Rechtsparser
 - k: Länge der Vorausschau

Ziel

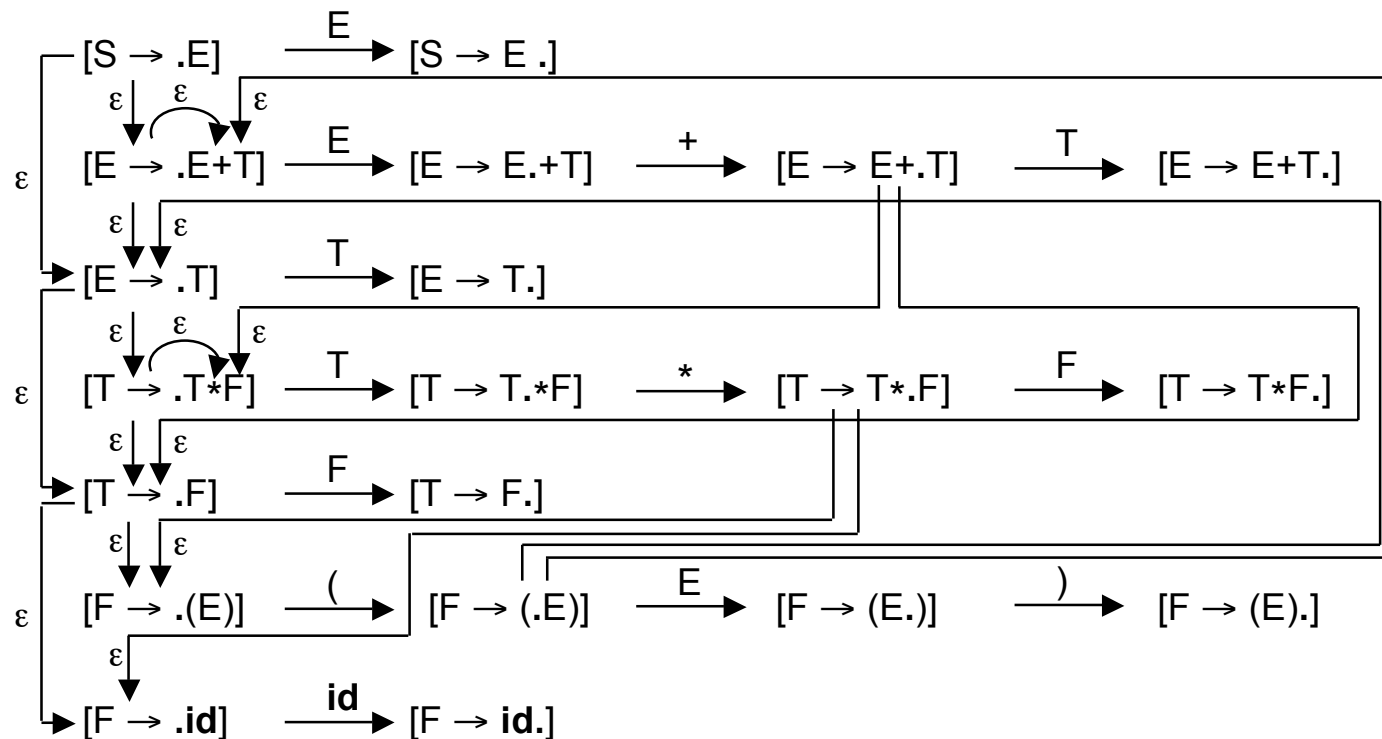
Schrittweiser Übergang zu deterministischem Kellerautomaten

Charakteristischer endlicher Automat $\text{char}(K_G)$

- Alternative Darstellung des Item-Kellerautomaten K_G für eine kfG G
- **$\text{char}(K_G)$** = $(V_T \cup V_N, \text{It}_G, \Delta_c, [S' \rightarrow \cdot S], \{[X \rightarrow \alpha \cdot] \mid X \rightarrow \alpha \in P\})$, wobei
 - $\Delta_c =_{\text{def}} \{([X \rightarrow \alpha \cdot Y\beta], Y, [X \rightarrow \alpha Y \cdot \beta]) \mid X \rightarrow \alpha Y\beta \in P \wedge Y \in V_T \cup V_N\} \cup \{([X \rightarrow \alpha \cdot Y\beta], \varepsilon, [Y \rightarrow \cdot \gamma]) \mid X \rightarrow \alpha Y\beta \in P \wedge Y \rightarrow \gamma \in P\}$
 - D.h. Δ_c hat
 - Übergänge innerhalb einer Produktion (unter den Symbolen aus $V_T \cup V_N$)
 - Übergänge, die den (E)-Übergängen von K_G entsprechen

Beispiel

- Sei $G_0' = (\{S, E, T, F\}, \{+, *, (,), \text{id}\}, \{S \rightarrow E, E \rightarrow E+T \mid T, T \rightarrow T * F \mid F, F \rightarrow (E) \mid \text{id}\}, S)$
- Charakteristischer endlicher Automat $\text{char}(K_{G_0'})$



Korrespondenz (zwischen Item-Kellerautomat K_G und $\text{char}(K_G)$)

- | | |
|----------------------------|---|
| ● Item-Kellerautomat K_G | Charakteristischer endlicher Automat $\text{char}(K_G)$ |
| ■ Expansion | ε -Übergang |
| ■ Lesen | Lese-Übergang unter Terminalsymbol |
| ■ Reduktion | Lese-Übergang unter Nichtterminalsymbol |

Wichtige Eigenschaft

- Betrachtet man alle Zustände als Endzustände, ist die von $\text{char}(K_G)$ akzeptierte Sprache für LR-Analyse interessant („reguläre Sprache der *zuverlässigen Präfixe* ➡“)

Begriffe

- Sei $S \Rightarrow_{rm}^* \gamma X w \Rightarrow_{rm} \gamma \beta \alpha w$ eine Rechtsableitung zu einer kfG G , $[X \rightarrow \beta.\alpha]$ Item von G
 - **Griff** (der Rechtssatzform $\gamma \beta \alpha w$): $\beta \alpha$
 - **Zuverlässiges Präfix** (von G): jedes Präfix von $\gamma \beta \alpha$
 - Item $[X \rightarrow \beta.\alpha]$ ist **gültig** für zuverlässiges Präfix $\gamma \beta \Leftrightarrow \exists$ Rechtsableitung $S \Rightarrow_{rm}^* \gamma X w \Rightarrow_{rm} \gamma \beta \alpha w$
- Intuition
 - **Griff** (in einer nicht mehrdeutigen Grammatik): eindeutig bestimmtes Teilwort, das bei bottom-up-Analyse beim nächsten Reduktionsschritt durch Nichtterminal zu ersetzen ist
 - **Zuverlässiges Präfix**: Anfang einer Rechtssatzform; Reduktion (höchstens) am Ende möglich
 - **Gültiges Item** $[X \rightarrow \beta.\alpha]$ für zuverlässiges Präfix $\gamma \beta$:
zugehörige Produktion ist Kandidat für spätere Reduktionen

Beispiele

- Sei $G_0' = (\{S, E, T, F\}, \{+, *, (,), \text{id}\}, \{S \rightarrow E, E \rightarrow E+T \mid T, T \rightarrow T * F \mid F, F \rightarrow (E) \mid \text{id}\}, S)$
- Es war
 - Für Rechtsableitung $S \Rightarrow_{rm}^* \gamma X w \Rightarrow_{rm} \gamma \beta \alpha w$: Griff = $\beta \alpha$; zuverl. Präfixe = Präfixe von $\gamma \beta \alpha$
 - $[X \rightarrow \beta.\alpha]$ gültig für zuverlässiges Präfix $\gamma \beta \Leftrightarrow \exists$ Rechtsableitung $S \Rightarrow_{rm}^* \gamma X w \Rightarrow_{rm} \gamma \beta \alpha w$

Rechtssatzform	Griff	zuverlässiges Präfix	Begründung
■ $E + F$	F	$E, E+, E+F$	$S \Rightarrow_{rm}^* E + T \Rightarrow_{rm} E + F$
■ $T * \text{id}$	id	$T, T *, T * \text{id}$	$S \Rightarrow_{rm}^* T * F \Rightarrow_{rm} T * \text{id}$
Zuverl. Präfix	gültige Items	Begründung	$\gamma \quad \beta \quad \alpha \quad X \quad w$
■ $E +$	$[E \rightarrow E+.T]$	$S \Rightarrow_{rm} E \Rightarrow_{rm} E + T$	$\varepsilon \quad E+ \quad T \quad E \quad \varepsilon$
■	$[T \rightarrow .F]$	$S \Rightarrow_{rm}^* E + T \Rightarrow_{rm} E + F$	$E+ \quad \varepsilon \quad F \quad T \quad \varepsilon$
■	$[F \rightarrow .\text{id}]$	$S \Rightarrow_{rm}^* E + F \Rightarrow_{rm} E + \text{id}$	$E+ \quad \varepsilon \quad \text{id} \quad F \quad \varepsilon$
■ $(E + ($	$[F \rightarrow (.E)]$	$S \Rightarrow_{rm}^* (E+F) \Rightarrow_{rm} (E+(E))$	$(E+ \quad (\quad E \quad F \quad)$

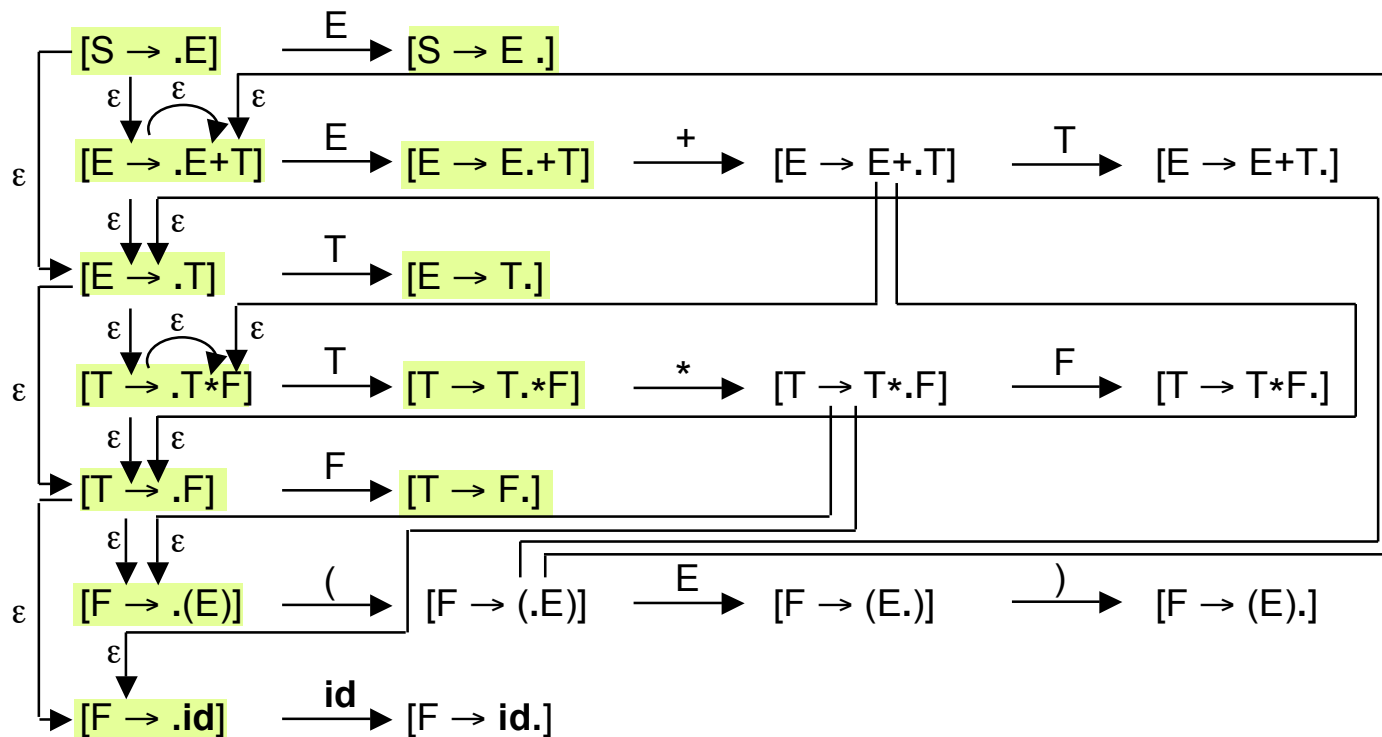
Einige wichtige Fakten

- Zu jedem zuverlässigen Präfix gibt es mindestens ein gültiges Item
- $\text{char}(K_G)$ akzeptiert $\gamma \in (V_T \cup V_N)^*$ in Zustand $q \Leftrightarrow \gamma$ ist zuverl. Präfix + q ist gültiges Item
- Die Sprache der zuverlässigen Präfixe einer kfG ist regulär

LR-DEA(G)

- Zu $\text{char}(K_G)$ gehörender deterministischer endlicher Automat
(Endzustände sind die Zustände, die vollständige Items enthalten)

Beispiel



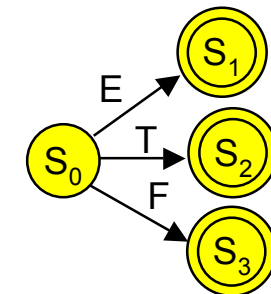
$\text{char}(K_G)$

$S_0 =$
 $\{[S \rightarrow .E], [E \rightarrow .E+T],$
 $[E \rightarrow .T], [T \rightarrow .T*F],$
 $[T \rightarrow .F], [F \rightarrow .(E)],$
 $[F \rightarrow .id]\}$

$S_1 =$
 $\{[S \rightarrow E.], [E \rightarrow E.+T]\}$

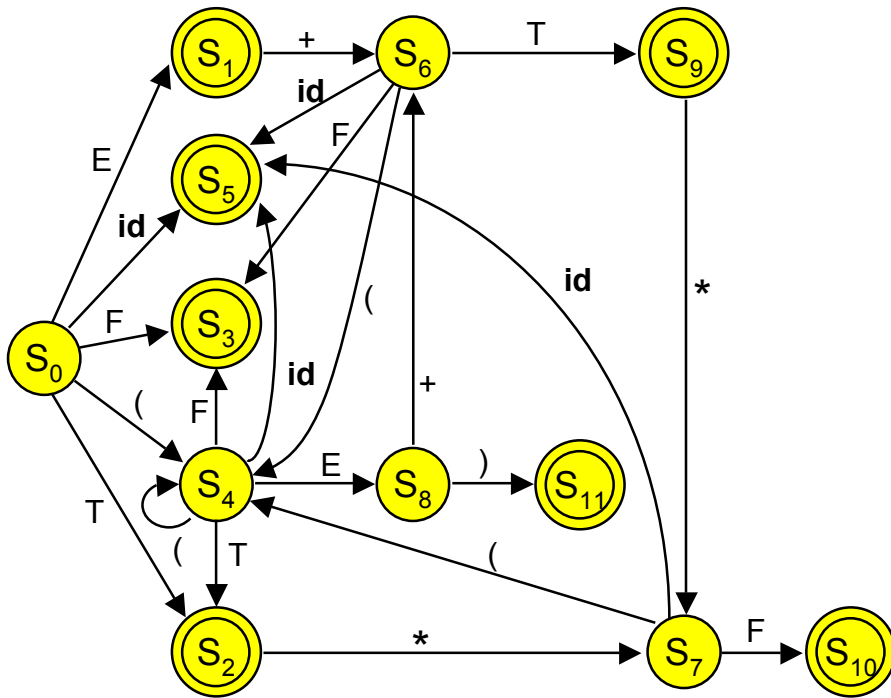
$S_2 =$
 $\{[E \rightarrow T.], [T \rightarrow T.*F]\}$

$S_3 = \{[T \rightarrow F.]\}$



Konstruktion von LR-DEA(G)

Vollständiger LR-DEA(G)



$S_0 =$
 $\{[S \rightarrow .E], [E \rightarrow .E+T],$
 $[E \rightarrow .T], [T \rightarrow .T*F],$
 $[T \rightarrow .F], [F \rightarrow .(E)],$
 $[F \rightarrow .id]\}$

$S_1 =$
 $\{[S \rightarrow E.], [E \rightarrow E.+T]\}$

$S_2 =$
 $\{[E \rightarrow T.], [T \rightarrow T.*F]\}$

$S_3 = \{[T \rightarrow F.]\}$

$S_4 =$
 $\{[F \rightarrow (.E)], [E \rightarrow .E+T],$
 $[E \rightarrow .T], [T \rightarrow .T*F],$
 $[T \rightarrow .F], [F \rightarrow .(E)],$
 $[F \rightarrow .id]\}$

$S_5 = \{[F \rightarrow id.]\}$

$S_6 =$
 $\{[E \rightarrow E+.T], [T \rightarrow .T*F],$
 $[T \rightarrow .F], [F \rightarrow .(E)],$
 $[F \rightarrow .id]\}$

$S_7 =$
 $\{[T \rightarrow T*.F], [F \rightarrow .(E)],$
 $[F \rightarrow .id]\}$

$S_8 =$
 $\{[F \rightarrow (E.)], [E \rightarrow E.+T]\}$

$S_9 =$
 $\{[E \rightarrow E+T.], [T \rightarrow T.*F]\}$

$S_{10} = \{[T \rightarrow T*F.]\}$

$S_{11} = \{[F \rightarrow (E).]\}$

Direkte Konstruktion des LR-DEA(G)

Algorithmus LR-DEA

```

var q, q': set of item;
function Abschluss (s: set of item): set of item;
begin
  q := s;
  while exist [X → α.Yβ] in q
    and Y → γ in P and Y → .γ not in q
  do q := q ∪ {[Y → .γ]} od;
  return(q)
end;
function Nachf (s: set of item, Y: VN ∪ VT): set of item;
return ({[X → αY.β] | [X → α.Yβ] ∈ s});
begin
  Qd := Abschluss({[S → .S]}); δd := ∅;
  foreach q in Qd and X in VN ∪ VT do
    let q' = Abschluss(Nachf(q, X)) in
    if q' ≠ ∅ then
      if q' not in Qd then Qd := Qd ∪ {q'} fi;
      δd := δd ∪ {q  $\xrightarrow{X}$  q'} fi tel od
  end
end
  
```

Beispiel

Geg.: {S → E, E → E+T | T, T → T*F | F, F → (E) | id}

Abschluss({[S → .E]}) = {[S → .E]}
 ∪ {[E → .E+T], [E → .T]}
 ∪ {[T → .T*F], [T → .F]}
 ∪ {[F → .(E)], [F → .id]} = S₀

Nachf(S₀, E) = {[S → E.], [E → E.+T]} = S₁'

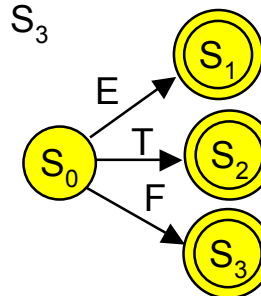
Abschluss(S₁') = {[S → E.], [E → E.+T]} = S₁

Nachf(S₀, T) = {[T → T.*F], [E → T.]} = S₂'

Abschluss(S₂') = {[T → T.*F], [E → T.]} = S₂

Nachf(S₀, F) = {[T → F.]} = S₃'

Abschluss(S₃') = {[T → F.]} = S₃



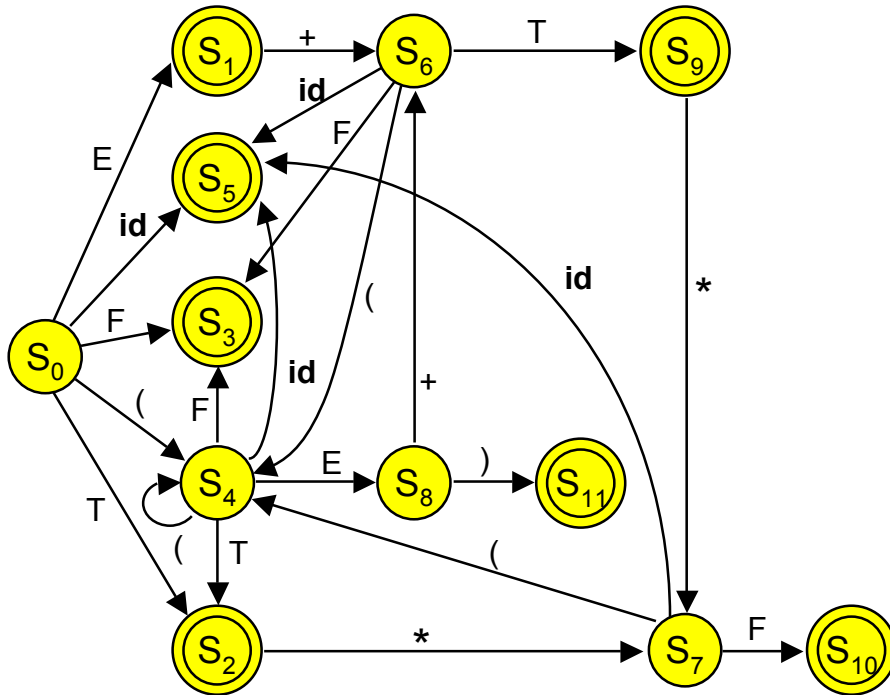
Bedeutung von foreach:
Alle möglichen Kombinationen
(bis sich nichts mehr ändert)

Wichtige Eigenschaften

Nach Konstruktion sind die Endzustände diejenigen Zustände die vollständige Items enthalten

- LR-DEA(G) akzeptiert die Sprache der zuverlässigen Präfixe von G, die mit Griff enden
- LR-DEA(G) ist so konstruiert, dass
 - Die (i.a. unendliche) Menge der zuverlässigen Präfixe in endlich viele disjunkte Teilmengen zerlegt wird, die durch die Zustände von LR-DEA(G) repräsentiert sind
 - Der einem zuverlässigen Präfix γ zugeordnete Zustand aus allen für γ gültigen Items besteht, d.h. allen möglichen Beschreibungen der aktuellen Analysesituation
- LR-DEA(G) lässt sich auch als Beschreibung eines (nicht-deterministischen) Kellerautomaten $K_0 =_{\text{def}} (V_T, \Gamma, \Delta, q_0, \{q_f\})$ auffassen
 - Γ : Kelleralphabet = Menge der Zustände von LR-DEA(G)
 - q_0 : Anfangszustand = q_d (= Anfangszustand von LR-DEA(G))
 - q_f : Endzustand = Zustand des LR-DEA(G), der das Item $[S' \rightarrow S.]$ enthält
 - $\Delta \subseteq \Gamma^* \times (V_T \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma^*$: Übergangsrelation, definiert durch
 - **Lesen**
 $(q, a, q\delta_d(q, a)) \in \Delta$, falls $\delta_d(q, a)$ definiert ist
(nur möglich, wenn mindestens 1 Item der Form $[X \rightarrow \dots .a \dots]$ in q)
 - **Reduzieren**
 $(qq_1 \dots q_n, \varepsilon, q\delta_d(q, X)) \in \Delta$, falls $[X \rightarrow \alpha.] \in q_n$, $X \neq S'$ und $|\alpha| = n$
 $(q_0q_f, \varepsilon, q_f) \in \Delta$

Beispiel



Analyse von $id * id$

S_0	$id * id$	(1)	$S_0 S_2 S_7 S_5$	ϵ	(17)
$S_0 S_5$	$* id$	(18)	$S_0 S_2 S_7 S_{10}$	ϵ	(19)
$S_0 S_3$	$* id$	(16)	$S_0 S_2$	ϵ	(14)
$S_0 S_2$	$* id$	(4)	$S_0 S_1$	ϵ	(22)
$S_0 S_2 S_7$	id	(9)	S_1		

Zugehöriger Kellerautomat K_0

$\Gamma = \{S_i \mid 0 \leq i \leq 11\}$

$q_0 = S_0$

$q_f = S_1$

Elemente der Übergangsrelation

Lesen

- (1) $(S_0, id, S_0 S_5)$
- (2) $(S_0, (, S_0 S_4)$
- (3) $(S_1, +, S_1 S_6)$
- (4) $(S_2, *, S_2 S_7)$
- (5) $(S_4, id, S_4 S_5)$
- (6) $(S_4, (, S_4 S_4)$
- (7) $(S_6, id, S_6 S_5)$
- (8) $(S_6, (, S_6 S_4)$
- (9) $(S_7, id, S_7 S_5)$
- (10) $(S_7, (, S_7 S_4)$
- (11) $(S_8, +, S_8 S_5)$
- (12) $(S_8, (, S_8 S_{11})$
- (13) $(S_9, *, S_9 S_7)$

Reduzieren

- (14) $(S_0 S_2, \epsilon, S_0 S_1)$
- (15) $(S_4 S_2, \epsilon, S_4 S_8)$
- (16) $(S_0 S_3, \epsilon, S_0 S_2), \dots$
- (17) $(S_7 S_5, \epsilon, S_7 S_{10}), \dots$
- (18) $(S_0 S_5, \epsilon, S_0 S_3), \dots$
- (19) $(S_0 S_2 S_7 S_{10}, \epsilon, S_0 S_2), \dots$
- (20) $(S_0 S_1 S_6 S_9, \epsilon, S_0 S_1), \dots$
- (21) $(S_0 S_4 S_8 S_{11}, \epsilon, S_0 S_3), \dots$
- (22) $(S_0 S_1, \epsilon, S_1)$

Probleme mit K_0

- Shift-reduce-Konflikt
- Reduce-reduce-Konflikt

Begriffe

- **Shift-reduce-Konflikt**

Ein Zustand erlaubt sowohl Lese- wie Reduktionsübergang
(d.h. enthält vollständiges Item der Form $[X \rightarrow \alpha.]$, sowie Item der Form $[X \rightarrow \alpha.a\beta]$, $a \in V_T$)

- **Reduce-reduce-Konflikt**

Ein Zustand erlaubt mehr als einen Reduktionsübergang
(d.h. enthält mindestens 2 vollständige Items der Form $[X \rightarrow \alpha.]$, $[Y \rightarrow \beta.]$)

- **Ungeeignete Zustände** des LR-DEA

Zustand q ist ungeeignet $\Leftrightarrow q$ enthält shift-reduce- oder reduce-reduce-Konflikt

Beispiel

- Ungeeignete Zustände (shift-reduce-Konflikte)

- $S_1 = \{[S \rightarrow E.], [E \rightarrow E.+T]\}$
- $S_2 = \{[E \rightarrow T.], [T \rightarrow T.*F]\}$
- $S_9 = \{[E \rightarrow E+T.], [T \rightarrow T.*F]\}$

Geeigneter Zustand enthält also
- *entweder nur unvollständige Items*
- *oder genau ein (shift-Konflikt-freies) vollständiges Item*

Hier keine reduce-reduce-Konflikte, da jeder Zustand höchstens ein vollständiges Item enthält

Intuitiv

Bedeutet für LR(0): in jeder Rechtssatzform sind Griff und zugehörige Produktion eindeutig festgelegt

- Eine kfG heißt LR(k)-Grammatik, wenn in jeder Rechtssatzform jeder Rechtsableitung
 - Der Griff lokalisiert und
 - Die zugehörige Produktion durch Vorausschau auf (höchstens) k Symbole der Resteingabe eindeutig bestimmt werden kann

Formal

- Geg.: erweiterte kfG $G' = (V_N \cup \{S'\}, V_T, P \cup \{S' \rightarrow S\}, S')$ mit $S' \notin V_N$.
- G' heißt **LR(k)-Grammatik**, wenn
 - für zwei Rechtsableitungen
$$S' \Rightarrow_{rm}^* \alpha X w \Rightarrow_{rm} \alpha \beta w$$
$$S' \Rightarrow_{rm}^* \gamma Y x \Rightarrow_{rm} \alpha \beta y$$
 - mit $k : w = k : y$
 - gilt $\alpha = \gamma$ und $X = Y$ und $x = y$

Beispiel

- Geg.: kfG G mit Produktionen $\{S \rightarrow A \mid B, A \rightarrow aAb \mid 0, B \rightarrow aBbb \mid 1\}$
- Bekannt: G ist nicht $LL(k)$ für beliebiges k
- Mögliche Rechtsableitungen und Rechtssatzformen
 - $S \Rightarrow_{rm} A \Rightarrow_{rm}^* a^{n-1}aAbb^{n-1} \Rightarrow_{rm} a^n0b^n \quad (n \geq 1)$
 - $S \Rightarrow_{rm} A \Rightarrow_{rm} 0$
 - $S \Rightarrow_{rm} B \Rightarrow_{rm}^* a^{n-1}aBbbb^{2n-1} \Rightarrow_{rm} a^n1b^{2n} \quad (n \geq 1)$
 - $S \Rightarrow_{rm} B \Rightarrow_{rm} 1$
- G ist $LR(0)$: Griff und zugehörige Produktion sind jeweils eindeutig festgelegt

Beispiel

- Geg.: kfG G_6 mit Produktionen $\{S \rightarrow aAc, A \rightarrow Abb \mid b\}$ — *Ist nicht $LL(k)$, da linksrekursiv*
- Mögliche Rechtsableitungen und Rechtssatzformen
 - $S \Rightarrow_{rm}^* aAb^{2n}c \Rightarrow_{rm} aAbbb^{2n}c$
 - $S \Rightarrow_{rm}^* aAb^{2n}c \Rightarrow_{rm} abb^{2n}c$
- G_6 ist $LR(0)$: Für die Präfixe $aAbb$ und ab (der Rechtssatzformen $aAb^{2n+2}c$ bzw. $ab^{2n+1}c$) ist der Griff jeweils eindeutig bestimmt (nämlich Abb bzw. b)

Weitere Beispiele

- kfG G_7 mit Produktionen $\{S \rightarrow aAc, A \rightarrow bbA \mid b\}$

Rechtsrekursion ist kein Problem für LR

- Mögliche Rechtsableitungen und Rechtssatzformen

- $S \Rightarrow_{rm}^* ab^{2n}Ac \Rightarrow_{rm} ab^{2n}bbAc$
- $S \Rightarrow_{rm}^* ab^{2n}Ac \Rightarrow_{rm} ab^{2n}bc$

- G_7 ist LR(1): Griff kritische Rechtssatzform ist $ab^{2n+1}w$

- Falls 1 : $w = b$, dann Griff in w
- Falls 1 : $w = c$, dann Griff = b (letztes b in b^{2n+1})

Übrigens auch nicht LL(k)

- kfG G_8 mit Produktionen $\{S \rightarrow aAc, A \rightarrow bAb \mid b\}$ ist nicht LR(k) für beliebiges k

Beweis: Sei k beliebig, aber fest gewählt. Für die Rechtsableitungen (mit $n \geq k$)

- $S \Rightarrow_{rm}^* ab^nAb^n c \Rightarrow_{rm} ab^nbb^n c$ (d.h. $S \Rightarrow_{rm}^* \alpha Xw \Rightarrow_{rm} \alpha \beta w$ mit $\alpha = ab^n$, $X = A$, $\beta = b$, $w = b^n c$)
- $S \Rightarrow_{rm}^* ab^{n+1}Ab^{n+1} c \Rightarrow_{rm} ab^{n+1}bb^{n+1} c$
(d.h. $S \Rightarrow_{rm}^* \gamma Yx \Rightarrow_{rm} \alpha \beta y$ mit $\gamma = ab^{n+1}$, $Y = A$, $\beta = b$, $y = b^{n+1} c$)
- gilt k : $w = k$: $y = b^k$, $X = Y$, $x = y$, aber $\alpha \neq \gamma$

LR(k)-Eigenschaft und LR-DEA

- Eine kfG G ist LR(0)-Grammatik $\Leftrightarrow$ LR-DEA(G) hat keine ungeeigneten Zustände

LR(k)-Item

- Sei $G' = (V_N, V_T, P \cup \{S' \rightarrow S\}, S')$ erweiterte kfG, $X \rightarrow \alpha\beta \in P$

- **LR(k)-Item**: $[X \rightarrow \alpha.\beta, L]$, $L \subseteq V_T^\#^{\leq k}$, mit

- **Kern**: $[X \rightarrow \alpha.\beta]$

- **Vorausschaumenge**: L

Mengen von Worten über V_T mit Länge $\leq k$,
evtl. durch # abgeschlossen

- (für zuverlässiges Präfix $\gamma\alpha$) **gültiges LR(k)-Item** $[X \rightarrow \alpha.\beta, L]$:

für alle $u \in L$ gibt es Rechtsableitung $S'\# \Rightarrow_{rm}^* \gamma X w \Rightarrow_{rm} \gamma \alpha \beta w$ mit $u = k: w$

Beispiel

- Geg.: $G_0' = (\{S, E, T, F\}, \{+, *, (,), \text{id}\}, \{S \rightarrow E, E \rightarrow E+T \mid T, T \rightarrow T * F \mid F, F \rightarrow (E) \mid \text{id}\}, S)$
- Es gilt
 - $[E \rightarrow E+.T, \{ \}, +]$ ist gültiges LR(1)-Item für zuverlässiges Präfix $(E+ \text{ in } G_0'$
 - Für $u =)$: $S\# \Rightarrow_{rm}^* (E)\# \Rightarrow_{rm} (E+T)\#$ mit $\gamma = (, \alpha = E+, \beta = T, w =)\#$
 - Für $u = +$: $S\# \Rightarrow_{rm}^* (E+\text{id})\# \Rightarrow_{rm} (E+T+\text{id})\#$ mit $\gamma = (, \alpha = E+, \beta = T, w = +\text{id})\#$
 - $[E \rightarrow T., \{*\}]$ ist kein gültiges LR(1)-Item für irgend ein zuverlässiges Präfix
 - In keiner Rechtssatzform kann das Teilwort $E*$ auftreten

Alternative Definition für LR(k) (konstruktive Charakterisierung)

- Eine kfG G ist **LR(k)-Grammatik** $\Leftrightarrow$ für (beliebiges) zuverlässiges Präfix $\alpha\beta$ gilt:
Ist LR(k)-Item $[X \rightarrow \beta., L_1]$ gültig für $\alpha\beta$, dann gibt es kein anderes für $\alpha\beta$ gültiges LR(k)-Item $[Y \rightarrow \beta_1.\beta_2, L_2]$, so dass $L_1 \cap \text{FIRST}_k(\beta_2 L_2) \neq \emptyset$
- Intuitiv: zu jedem zuverlässigen Präfix gibt es nur **ein** gültiges LR(k)-Item
- Auf LR-DEA(G) bezogen
 - LR(k)-Items jedes Zustands erfüllen obige Bedingung
 - k-Vorausschau beseitigt Konflikte

Beispiel

- Geg.: $G_0' = (\{S, E, T, F\}, \{+, *, (,), \text{id}\}, \{S \rightarrow E, E \rightarrow E+T \mid T, T \rightarrow T*F \mid F, F \rightarrow (E) \mid \text{id}\}, S)$
- Für die 1-Vorausschaumengen des LR-DEA(G_0') muss gelten
 - $S_1 = \{[S \rightarrow E., L_1], [E \rightarrow E.+T, L_2]\}$: G_0' ist LR(1) $\Leftrightarrow + \notin L_1$
 - $S_2 = \{[E \rightarrow T., L_1], [T \rightarrow T.*F, L_2]\}$: G_0' ist LR(1) $\Leftrightarrow * \notin L_1$
 - $S_9 = \{[E \rightarrow E+T., L_1], [T \rightarrow T.*F, L_2]\}$: G_0' ist LR(1) $\Leftrightarrow * \notin L_1$

LR(k) bedeutet (intuitiv)

- Hat man Kandidaten für Reduktion gefunden, so kann man (mithilfe des zugehörigen zuverlässigen Präfix und der k nächsten Symbole) entscheiden
 - Ob Kandidat Griff ist und
 - Wenn ja, wozu er reduziert werden muss
- Mit anderen Worten: Menge der (genau einem Zustand des LR-DEA zugeordneten) zuverlässigen Präfixe ZP und Worte der Länge k bestimmen (eindeutig) Parser-Aktionen

Damit gilt

- Parser-Aktionen darstellbar durch Tabelle („Action-Tabelle“) mit Einträgen
 - shift lies nächstes Eingabesymbol
 - reduce ($X \rightarrow \alpha$) reduziere mittels Produktion $X \rightarrow \alpha$
 - error melde Fehler
 - accept melde erfolgreiches Ende des Parserlaufs

	k-Vorausschau-Symbole
Zustände	Parser-Aktionen

Darstellung der Übergangsfunktion des LR-DEA(G)

- In zweiter Tabelle („Goto-Tabelle“ = Übergangstabelle des LR-DEA(G))
- Wird bei shift und reduce konsultiert, um neuen Zustand zu berechnen
 - shift: Übergang aus aktuellem Zustand unter gelesenem Eingabesymbol
 - reduce($X \rightarrow \alpha$): Übergang unter X aus dem Zustand, der nach Entfernen der zur rechten Seite von $X \rightarrow \alpha$ gehörenden Zustände oben auf dem Keller liegt

Bestandteile eines LR(k)-Parsers (für LR(k)-Grammatik G)

- Action-Tabelle
- Goto-Tabelle
- (von G unabhängiges) Programm, das die Tabellen interpretiert

	$u \in V_{T\#}^{\leq k}$
$q \in Q$	Parser-Aktion für (q, u)

Action-Tabelle

	$X \in (V_N \cup V_T)$
$q \in Q$	$\delta_d(q, X)$

Goto-Tabelle

LR(k)-Parser-Hauptprogramm

```
type state = set of item;
var lookahead: sequ of symbol;
    (* die nächsten k lexikalisch analysierten, aber noch nicht konsumierten Eingabesymbole *)
    S: stack of state;
proc scan;
    (* analysiert ein weiteres Symbol lexikalisch; fügt es hinten an lookahead an *)
proc acc;
    (* meldet erfolgreiches Ende der syntaktischen Analyse; hält an *)
proc err (meldung: string);
    (* meldet Fehler; hält an *)
scank;
push(S, q0);
do
    case action[top(S), lookahead] of
        shift: begin push(S, goto[top(S), hd(lookahead)]); lookahead := tl(lookahead); scan end
        reduce(X → α): begin pop|α|(S); push(S, goto[top(S), X]); output(„X → α“) end;
        accept: acc;
        error: err(„...“)
    end case
od
```

Erste k
Symbole
lesen

Keller
initialisieren

Drei verschiedene Verfahren (zur Bestimmung der Zustandsmengen)

- *Kanonisches LR(k)-Verfahren* ➡
- *SLR(k)-Verfahren* ➡
- *LALR(k)-Verfahren* ➡

Unterschiede

- Zahl der Zustände und/oder Größe der Vorausschaumengen

Im folgenden

- Praktisch relevanter Fall $k = 1$
(ausreichend, da es zu jeder LR(k)-Grammatik eine äquivalente LR(1)-Grammatik gibt)

Ohne dabei allzu viel
Struktur zu verlieren

Konstruktion eines LR(1)-Parsers

- Sei I eine Menge von LR(1)-Items. I hat
 - **shift-reduce-Konflikt**: I enthält Item $[X \rightarrow \alpha.a\beta, L_1]$, $a \in V_T$ und Item $[Y \rightarrow \gamma., L_2]$ mit $a \in L_2$
 - **reduce-reduce-Konflikt**: I enthält Items $[X \rightarrow \alpha., L_1]$ und $[Y \rightarrow \gamma., L_2]$ mit $L_1 \cap L_2 \neq \emptyset$
- **Ungeeigneter Zustand**: Itemmenge mit einem Konflikt
- Konstruktion ist erfolgreich, wenn keine ungeeigneten Zustände erzeugt werden

Berechnung der kanonischen LR(1)-Zustandsmengen

Algorithmus LR(1)-GEN

Unterschied
zu LR-DEA

```

var q, q': set of item;
function Abschluss (s: set of item): set of item;
begin
  q := s;
  foreach [X → α.Yβ, L] in q and Y → γ in P do
    if exist [Y → .γ, L'] in q
    then ersetze [Y → .γ, L'] durch [Y → .γ, L' ∪ Fi1(βL)]
    else q := q ∪ [Y → .γ, Fi1(βL)] fi od;
  return(q)
end;
function Nachf (s: set of item, Y: VN ∪ VT): set of item;
return ({[X → αY.β, L] | [X → α.Yβ, L] ∈ s});
begin
  Qd := Abschluss({[S' → .S, {#}]}); δd := ∅;
  foreach q in Qd and X in VN ∪ VT do
    let q' = Abschluss(Nachf(q, X)) in
    if q' ≠ ∅ then
      if q' not in Qd then Qd := Qd ∪ {q'} fi;
      δd := δd ∪ {q  $\xrightarrow{X}$  q'} fi tel od
  end

```

Beispiel

Geg.: {S → E, E → E+T | T, T → T*F | F, F → (E) | id}

Abschluss(q) mit q = {[S → .E, {#}]}

Ab¹: {[S → .E, {#}]} ∪
 {[E → .E+T, {#}], [E → .T, {#}]}

Ab²: {[S → .E, {#}]} ∪
 {[E → .E+T, {#, +}], [E → .T, {#, +}]} = q

Ab³: q ∪
 {[T → .T*F, {#, +}], [T → .F, {#, +}]}

Ab⁴: q ∪
 {[T → .T*F, {#, +, *}], [T → .F, {#, +, *}]} = q'

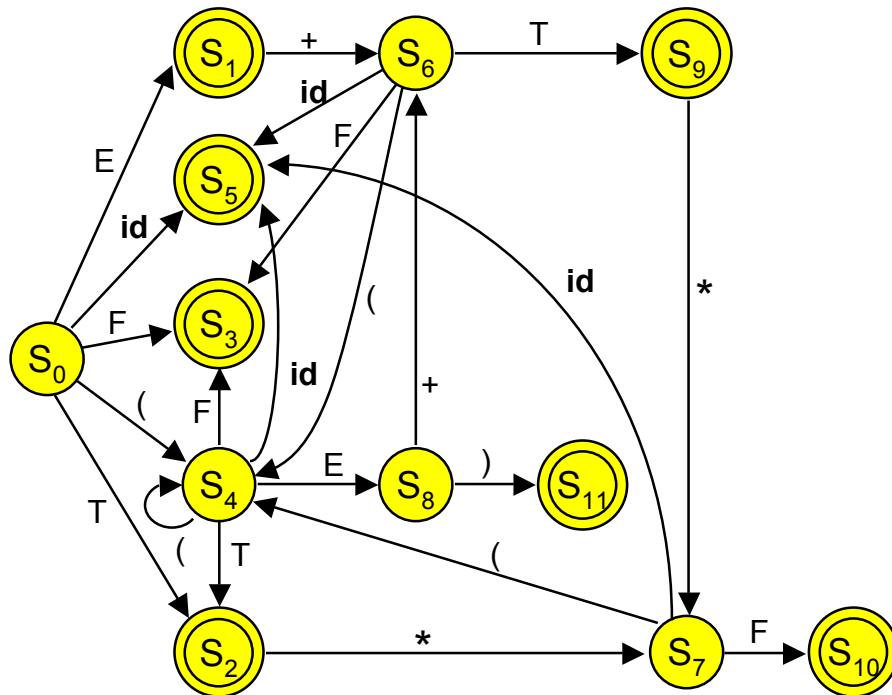
Ab⁵: q' ∪
 {[F → .(E), {#, +, *}], [F → .id, {#, +, *}]} = S₀'

Nachf(S₀', E) = {[S → E., {#}], [E → E.+T, {#, +}]} = S₁'

Abschluss(S₁') = S₁'

Beispiel

LR(0)-Automat (= LR-DEA)



Beachte

- $S_2'' \neq S_2'$
- $S_4' \neq \text{Abschluss}(\text{Nachf}(S_4', '('))$

Einige LR(1)-Zustände

$S_0' = \text{Abschluss}(\{[S \rightarrow \cdot E, \{\#\}]\})$
 $= \{[S \rightarrow \cdot E, \{\#\}],$
 $[E \rightarrow \cdot E+T, \{\#, +\}],$
 $[E \rightarrow \cdot T, \{\#, +\}],$
 $[T \rightarrow \cdot T*F, \{\#, +, *\}],$
 $[T \rightarrow \cdot F, \{\#, +, *\}],$
 $[F \rightarrow \cdot (E), \{\#, +, *\}],$
 $[F \rightarrow \cdot id, \{\#, +, *\}]\}$

$S_1' = \text{Abschluss}(\text{Nachf}(S_0', E))$
 $= \{[S \rightarrow E\cdot, \{\#\}],$
 $[E \rightarrow E\cdot+T, \{\#, +\}]\}$

$S_2' = \text{Abschluss}(\text{Nachf}(S_0', T))$
 $= \{[E \rightarrow T\cdot, \{\#, +\}],$
 $[T \rightarrow T\cdot*F, \{\#, +, *\}]\}$

$S_4' = \text{Abschluss}(\text{Nachf}(S_0', '('))$
 $= \{[F \rightarrow (\cdot E), \{\#, +, *\}],$
 $[E \rightarrow \cdot E+T, \{\}, +\}],$
 $[E \rightarrow \cdot T, \{\}, +\}],$
 $[T \rightarrow \cdot T*F, \{\}, +, *\}],$
 $[T \rightarrow \cdot F, \{\}, +, *\}],$
 $[F \rightarrow (\cdot (E), \{\}, +, *\}],$
 $[F \rightarrow \cdot id, \{\}, +, *\}]\}$

$S_6' = \text{Abschluss}(\text{Nachf}(S_1', +))$
 $= \{[E \rightarrow E+T\cdot, \{\#, +\}],$
 $[T \rightarrow T*F\cdot, \{\#, +, *\}],$
 $[T \rightarrow F\cdot, \{\#, +, *\}],$
 $[F \rightarrow (E)\cdot, \{\#, +, *\}],$
 $[F \rightarrow id\cdot, \{\#, +, *\}]\}$

$S_9' = \text{Abschluss}(\text{Nachf}(S_6', T))$
 $= \{[E \rightarrow E+T\cdot, \{\#, +\}],$
 $[T \rightarrow T*F\cdot, \{\#, +, *\}]\}$

$S_2'' = \text{Abschluss}(\text{Nachf}(S_4', T))$
 $= \{[E \rightarrow T\cdot, \{\}, +\],$
 $[T \rightarrow T\cdot*F, \{\}, +, *\}]\}$

Konstruktion der LR(1)-action-Tabelle

- Letzter Schritt bei LR(1)-Parser-Konstruktion (für alle Verfahren gleich)
- Eingabe: LR(1)-Zustandsmenge Q (vom jeweiligen Verfahren abhängig)

```

foreach  $q \in Q$  do
  foreach LR(1)-Item  $[K, L] \in q$  do
    if  $K = [S' \rightarrow S.]$  and  $L = \{\#\}$  then  $\text{action}[q, \#] := \text{„accept“}$ 
    elseif  $K = [X \rightarrow \alpha.]$  then foreach  $a \in L$  do  $\text{action}[q, a] := \text{„reduce } (X \rightarrow \alpha)\text{“}$  od
    elseif  $K = [X \rightarrow \alpha.a\beta]$  then  $\text{action}[q, a] := \text{„shift“}$  fi
  od
od;
foreach  $q \in Q, a \in V_T \cup \{\#\}$  mit  $\text{action}[q, a] = \text{undef.}$  do  $\text{action}[q, a] := \text{„error“}$  od
  
```

$S_0' = \text{Abschluss}(\{[S \rightarrow .E, \{\#\}]\})$
 $= \{[S \rightarrow .E, \{\#\}],$
 $[E \rightarrow .E+T, \{\#, +\}],$
 $[E \rightarrow .T, \{\#, +\}],$
 $[T \rightarrow .T.F, \{\#, +, *\}],$
 $[T \rightarrow .F, \{\#, +, *\}],$
 $[F \rightarrow .(E), \{\#, +, *\}],$
 $[F \rightarrow .id, \{\#, +, *\}]\}$

$S_1' = \text{Abschluss}(\text{Nachf}(S_0', E))$
 $= \{[S \rightarrow E., \{\#\}],$
 $[E \rightarrow E.+T, \{\#, +\}]\}$

$S_2' = \text{Abschluss}(\text{Nachf}(S_0', T))$
 $= \{[E \rightarrow T., \{\#, +\}],$
 $[T \rightarrow T.*F, \{\#, +, *\}]\}$

$S_6' = \text{Abschluss}(\text{Nachf}(S_1', +))$
 $= \{[E \rightarrow E+.T, \{\#, +\}],$
 $[T \rightarrow T.*F, \{\#, +, *\}],$
 $[T \rightarrow .F, \{\#, +, *\}],$
 $[F \rightarrow .(E), \{\#, +, *\}],$
 $[F \rightarrow .id, \{\#, +, *\}]\}$

$S_9' = \text{Abschluss}(\text{Nachf}(S_6', T))$
 $= \{[E \rightarrow E+T., \{\#, +\}],$
 $[T \rightarrow T.*F, \{\#, +, *\}]\}$

Action-Tabelle
(Ausschnitt)

	id	(	)	*	+	#
S_0'	s	s				
S_1'					s	acc
S_2'				s	$r(E \rightarrow T)$	$r(E \rightarrow T)$
S_6'	s	s				
S_9'				s	$r(E \rightarrow E+T)$	$r(E \rightarrow E+T)$

SLR(1) und LALR(1)

- SLR(1) („simple LR“) und
- LALR(1) („lookahead LR“)
- sind echte Teilmengen von (kanonischem) LR(1)

Größe realer LALR-Tabellen (Action- und Goto-Tabelle zusammen) für Programmiersprache mit 50-100 Terminalen und ca. 100 Produktionen: Einige hundert Zustände; $\geq 20\,000$ action-Einträge

Vorteil gegenüber kanonischen LR-Parsern

- Zustandsmenge nur so groß wie die des zugehörigen LR(0)-Parsers

Zustandsmenge des kanonischen LR(1)-Parsers i.a. viel größer

Ausgangspunkt bei der Parser-Konstruktion

- Schon vorhandener LR(0)-Parser (= LR-DEA)

d.h. keine Vorausschau für nicht vollständige Items

Idee (bei beiden Verfahren)

- Beseitigung von ungeeigneten Zuständen durch Erweiterung der vollständigen Items durch Vorausschaumengen, die mithilfe von LA: $Q_d \times It_G \rightarrow \mathbb{P}(V_T \cup \{\#\})$ berechnet werden
- Unterschied der beiden Verfahren:
Unterschiedliche Definitionen von LA

Partielle Funktion

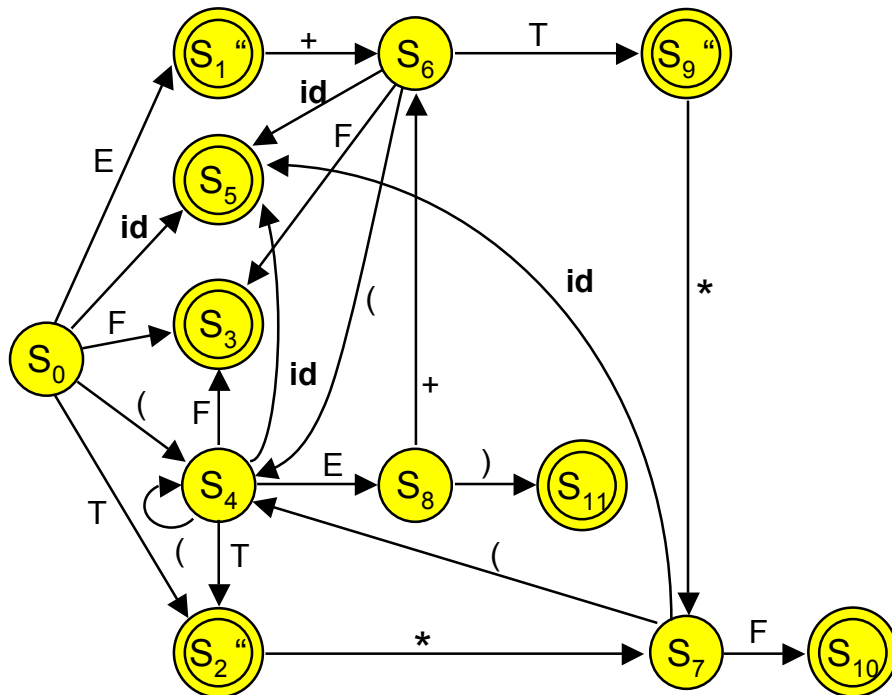
SLR(1)-Erweiterung

- Jedem vollständigen Item $[X \rightarrow \alpha.]$ wird (in allen Zuständen) $\text{FOLLOW}_1(X)$ als Vorausschaumenge zugeordnet
- $\text{LA}_S(q, [X \rightarrow \alpha.]) =_{\text{def}} \{a \in V_T \cup \{\#\} \mid S'\# \Rightarrow^* \beta X a \gamma\}$
 $= \text{FOLLOW}_1(X)$ für alle q mit $[X \rightarrow \alpha.] \in q$

SLR(1)- Grammatik

- Sei G eine kfG und SLR-DEA(G) der SLR-erweiterte LR-DEA(G)
- G ist **SLR(1)-Grammatik** $\Leftrightarrow$ SLR-DEA(G) hat keine SLR-ungeeigneten Zustände
- Zustand q ist **SLR-ungeeignet** $\Leftrightarrow q$ enthält
 - Item $[X \rightarrow \alpha.a\beta]$, $a \in V_T$ und Item $[Y \rightarrow \gamma., L_2]$ mit $a \in L_2$
 - Items $[X \rightarrow \alpha., L_1]$ und $[Y \rightarrow \gamma., L_2]$ mit $L_1 \cap L_2 \neq \emptyset$

Beispiel



$S_0 =$
 $\{[S \rightarrow .E], [E \rightarrow .E+T],$
 $[E \rightarrow .T], [T \rightarrow .T*F],$
 $[T \rightarrow .F], [F \rightarrow .(E)],$
 $[F \rightarrow .id]\}$

$S_1 =$
 $\{[S \rightarrow E., \{ \# \}],$
 $[E \rightarrow E.+T]\}$

$S_2 =$
 $\{[E \rightarrow T., \{ \#, +,) \}],$
 $[T \rightarrow T.*F]\}$

$S_3 = \{[T \rightarrow F.]\}$

$S_4 =$
 $\{[F \rightarrow (.E)], [E \rightarrow .E+T],$
 $[E \rightarrow .T], [T \rightarrow .T*F],$
 $[T \rightarrow .F], [F \rightarrow .(E)],$
 $[F \rightarrow .id]\}$

$S_5 = \{[F \rightarrow id.]\}$

$S_6 =$
 $\{[E \rightarrow E+.T], [T \rightarrow T*.F],$
 $[T \rightarrow .F], [F \rightarrow .(E)],$
 $[F \rightarrow .id]\}$

$S_7 =$
 $\{[T \rightarrow T*.F], [F \rightarrow .(E)],$
 $[F \rightarrow .id]\}$

$S_8 =$
 $\{[F \rightarrow (E.), [E \rightarrow E.+T]\}$

$S_9 =$
 $\{[E \rightarrow E+T., \{ \#, +,) \}],$
 $[T \rightarrow T.*F]\}$

$S_{10} = \{[T \rightarrow T*F.]\}$

$S_{11} = \{[F \rightarrow (E).]\}$

Es gilt

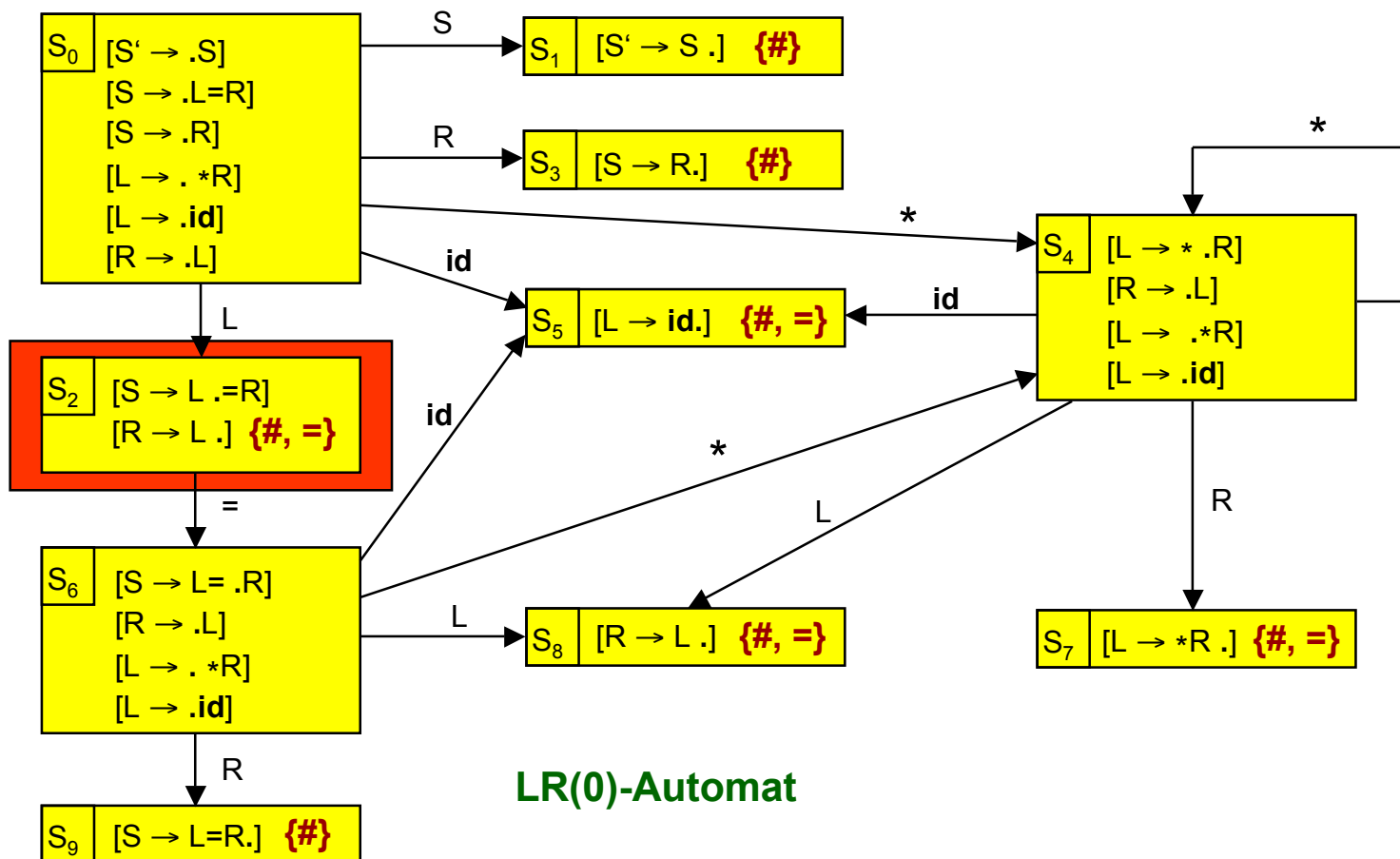
- SLR-DEA(G) hat keine SLR-ungeeigneten Zustände

- S_1 : $+ \notin \{ \# \}$
- S_2 : $* \notin \{ \#, +,) \}$
- S_9 : $* \notin \{ \#, +,) \}$

Beachte: Für die action-Tabelle müssten auch noch die fehlenden vollständigen Items um Vorausschauungen erweitert werden

Beispiel (Vereinfachung der C-Wertzuzuweisung)

- Geg.: kfG G mit Produktionen $\{S' \rightarrow S, S \rightarrow L=R \mid R, L \rightarrow *R \mid \text{id}, R \rightarrow L\}$
- G ist **nicht** SLR(1): Zustand $S_2 = \{[S \rightarrow L.=R], [R \rightarrow L.]\}$ ist SLR(1)-ungeeignet



LR(0)-Automat

FOLLOW-Mengen

$\text{FOLLOW}_1(S) = \{\#\}$
 $\text{FOLLOW}_1(L) = \{\#, =\}$
 $\text{FOLLOW}_1(R) = \{\#, =\}$

LALR(1)-Erweiterung

- Jedem vollständigen Item $[X \rightarrow \alpha.]$ wird eine (in FOLLOW oft echt enthaltene) vom Zustand q abhängige Vorausschaumenge zugeordnet
- $LA_L(q, [X \rightarrow \alpha.]) =_{\text{def}} \{a \in V_T \cup \{\#\} \mid S'\# \Rightarrow_{rm}^* \beta X a w \text{ und } \delta_d^*(q_d, \beta \alpha) = q\}$

LALR(1)- Grammatik

Beachte: Definition nicht konstruktiv !!

δ_d = Übergangsfunktion
des LR-DEA(G);
 q_d sein Startzustand

- Sei G eine kfG und LALR-DEA(G) der LALR-erweiterte LR-DEA(G)
- G ist **LALR(1)-Grammatik** $\Leftrightarrow$ LALR-DEA(G) hat keine LALR-ungeeigneten Zustände
- Zustand q ist **LALR-ungeeignet** $\Leftrightarrow q$ enthält
 - Item $[X \rightarrow \alpha.a\beta]$, $a \in V_T$ und Item $[Y \rightarrow \gamma., L_2]$ mit $a \in L_2$
 - Items $[X \rightarrow \alpha., L_1]$ und $[Y \rightarrow \gamma., L_2]$ mit $L_1 \cap L_2 \neq \emptyset$

Mögliche Berechnungsmethoden

- Kanonischen LR(1)-Parser konstruieren
 - Falls keine Konflikte, Zustände mit gleichen Mengen von Item-Kernen „verschmelzen“, d.h. Vorausschaumengen der jeweiligen Items vereinigen
 - Grammatik ist LALR(1), falls nach Verschmelzung immer noch keine Konflikte
- Verschmelzung in Algorithmus LR(1)-GEN integrieren



Effiziente Berechnung der Vorausschaumengen für LALR(1)-Parser

- Ausgangspunkt: LR(0)-Parser

- Aufgabe

Berechnung von $LA_L(q, [X \rightarrow \alpha.])$ für jeden Zustand $q \in Q_d$ und jedes vollständige Item $[X \rightarrow \alpha.]$ in q

- Lösung:

Umrechnung in $LA_L(q, [X \rightarrow \alpha.]) = \bigcup_{\delta_d^*(p, \alpha) = q} LA'(p, X)$ wobei

$$\blacksquare LA'(q_d, S') =_{\text{def}} \{\#\}$$

$$\blacksquare LA'(q, X) =_{\text{def}} \bigcup_{[Y \rightarrow \beta.X\gamma] \in q} \bigcup_{\delta_d^*(p, \beta) = q} \text{FIRST}_1(\gamma) \oplus_1 LA'(p, Y)$$

- Beispiel

$$LA_L(S_2, [R \rightarrow L.])$$

$$\bigcup_{\delta_d^*(p, L) = S_2} LA'(p, R)$$

$$LA'(S_0, R)$$

$$\bigcup_{[S \rightarrow .R]} \bigcup_{\delta_d^*(p, \epsilon) = S_0} \text{FIRST}_1(\epsilon) \oplus_1 LA'(p, S) = [\text{Vereinf.}]$$

$$LA'(S_0, S) = [\text{Def.}]$$

$$\bigcup_{[S' \rightarrow .S]} \bigcup_{\delta_d^*(p, \epsilon) = S_0} \text{FIRST}_1(\epsilon) \oplus_1 LA'(p, S') = [\text{Vereinf.}]$$

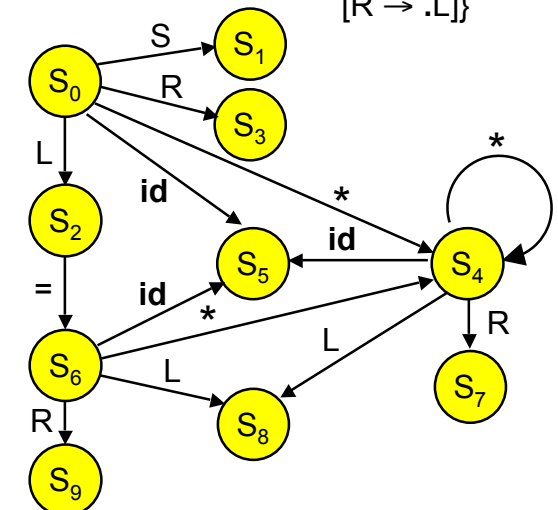
$$LA'(S_0, S') = [\text{Def.}]$$

$$\{\#\}$$

Idee

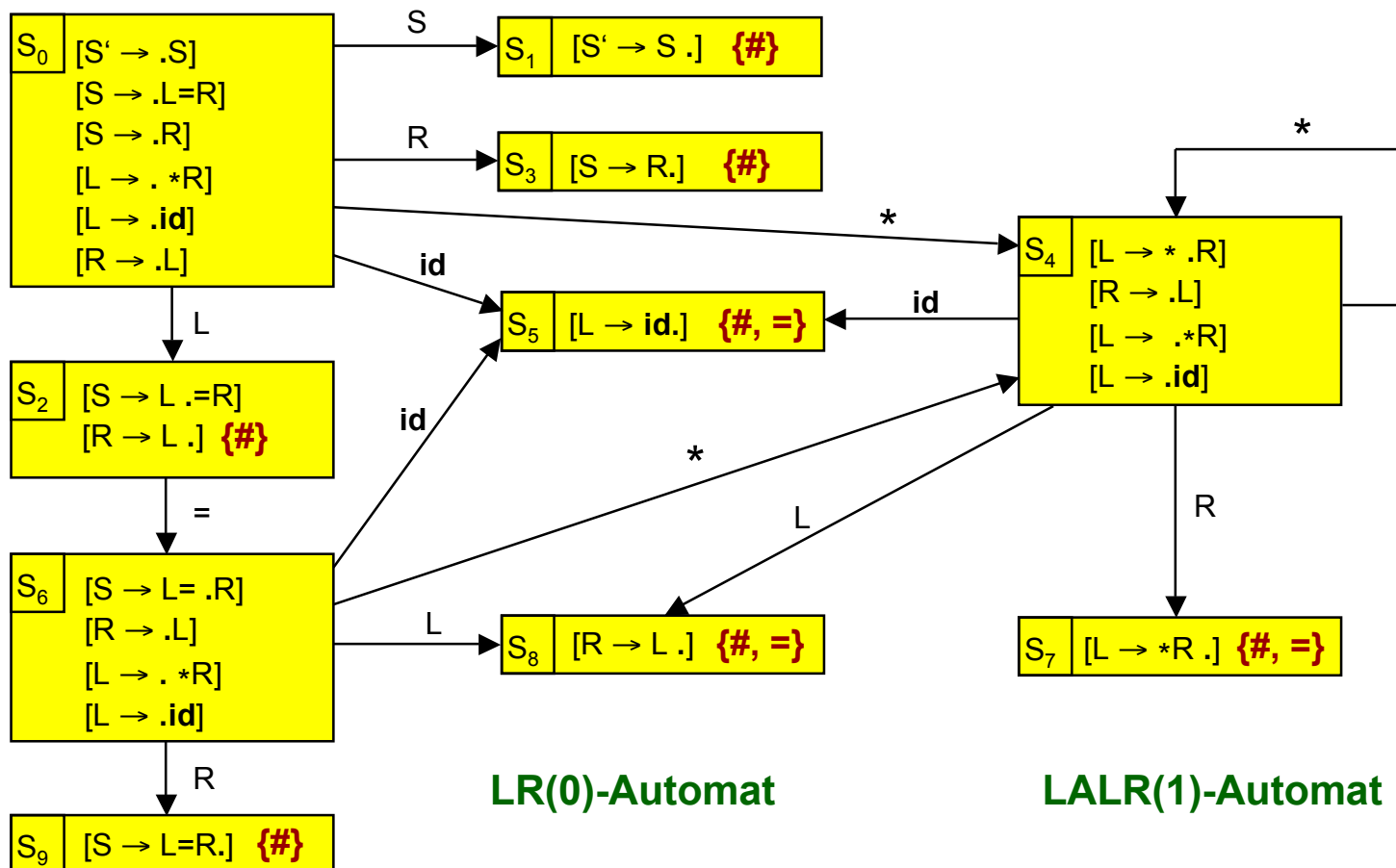
Zustände betrachten, von denen aus q unter α erreicht wird

$$S_0 = \{[S' \rightarrow .S], [S \rightarrow .L=R], [S \rightarrow .R], [L \rightarrow .*R], [L \rightarrow .id], [R \rightarrow .L]\}$$



Beispiel (Vereinfachung der C-Wertzuzuweisung)

- Geg.: kfG G mit Produktionen $\{S' \rightarrow S, S \rightarrow L=R \mid R, L \rightarrow *R \mid \text{id}, R \rightarrow L\}$
- G ist LALR(1): kein Konflikt in S_2



LR(0)-Automat

LALR(1)-Automat

Grundlage

- Auch LR-Parser haben Eigenschaft des fortsetzungsfähigen Präfix

Frühest mögliche Situation, in der ein Fehler entdeckt werden kann

- **Fehlerkonfiguration**: Konfiguration $(\varphi q, a_i \dots a_n)$ mit $\text{action}(q, a_i) = \text{error}$
- **Fehlerzustand**: Zustand q einer Fehlerkonfiguration

Prinzipiell mögliche Fehlerbehandlungsverfahren

- Fehlerbehandlungsstrategie
 - Vorwärtsfehlerbehandlung (Modifikation in der Resteingabe, Parserkeller unverändert)
 - Rückwärtsfehlerbehandlung (Veränderung des Parserkellers)
- Art der Realisierung
 - Benutzer-spezifiziert
 - Automatisch generiert

problematisch

Gängiges Verfahren

- Automatisch erzeugte Vorwärtsfehlerbehandlung
(nur letzte Reduktion kann rückgängig gemacht werden)

Aufgabe des Verfahrens

- Zu Fehlerkonfiguration $(\varphi q, a_i \dots a_n)$ „passende“ Konfiguration finden, in der Fortsetzung der Analyse durch Lesen (mindestens) eines Eingabesymbols möglich ist
- „passend“: geht durch möglichst wenig Veränderungen aus Fehlerkonfiguration hervor

*„Lesen“ wichtig für Terminierung
der Fehlerbehandlung*

Weitere Einschränkung

- „1-Fehlerhypothese“: Fehler wurde durch 1 fehlendes, 1 überflüssiges oder 1 falsches Symbol verursacht

Aus Effizienzgründen

Konsequenz

- 3 Elementaroperationen des Fehlerbehandlungsalgorithmus:
Einsetzen, Löschen, Ersetzen (jeweils eines Symbols)

Aufgabe der Fehlerbehandlung

- Geg.: Fehlerkonfiguration $(\varphi q, a_i \dots a_n)$
- Ziel einer Fehlerkorrektur
 - Löschen: Finde Kellerinhalte $\varphi'p$ mit $(\varphi q, a_{i+1} \dots a_n) \vdash^* (\varphi'p, a_{i+1} \dots a_n)$ und $\text{action}[p, a_{i+1}] = \text{shift}$
 - Ersetzen: Finde Symbol a und Kellerinhalte $\varphi'p$ mit $(\varphi q, aa_{i+1} \dots a_n) \vdash^* (\varphi'p, a_{i+1} \dots a_n)$ und $\text{action}[p, a_{i+1}] = \text{shift}$
 - Einfügen: Finde Symbol a und Kellerinhalte $\varphi'p$ mit $(\varphi q, aa_i \dots a_n) \vdash^* (\varphi'p, a_i \dots a_n)$ und $\text{action}[p, a_i] = \text{shift}$

Wichtige Eigenschaft

- Terminierung des Fehlerbehandlungsverfahrens ist garantiert (Eingabe wird konsumiert)

Allerdings

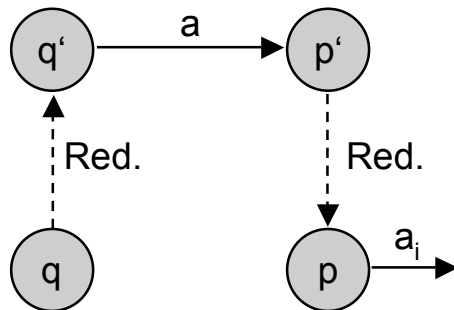
- Fehlerbehandlung nach obiger Definition zu teuer
- Deshalb stattdessen: Vorberechnungen („Fehlerbrücke“) zur Generierungszeit für unterschiedliche Fehlerkonfigurationen

Zu viele potentielle Kellerinhalte



Fehlerbehandlung durch Einfügen eines Symbols $a \in V_T$

- Sei $(\varphi q, a_1 \dots a_n)$ Fehlerkonfiguration
- Vorgehensweise („Schließen der Fehlerbrücke“)
 - (a) Folge von Reduktionen unter Vorausschausymbol a
 - (b) Leseaktion bezüglich a
 - (c) Folge von Reduktionen unter Vorausschausymbol a_i
- Effiziente Durchführung von (a) - (c) durch geeignete Vorausberechnungen





Zu (b)

- Berechne für $a \in V_T$ die Menge $Sh(a) =_{\text{def}} \{q \mid \text{action}[q, a] = \text{shift}\}$
(aus Action-Tabelle oder Automat)

Beispiel

- Geg.: kfG G mit Produktionen $\{S' \rightarrow S, S \rightarrow L=R \mid R, L \rightarrow *R \mid \text{id}, R \rightarrow L\}$

	=	*	id	#
S_0		s	s	
S_1				acc
S_2	s			$r(R \rightarrow L)$
S_3				$r(S \rightarrow R)$
S_4		s	s	
S_5	$r(L \rightarrow \text{id})$			$r(L \rightarrow \text{id})$
S_6		s	s	
S_7	$r(L \rightarrow *R)$			$r(L \rightarrow *R)$
S_8	$r(R \rightarrow L)$			$r(R \rightarrow L)$
S_9				$r(S \rightarrow L=R)$

Action-Tabelle

$Sh(=)$	$= \{S_2\}$
$Sh(*)$	$= \{S_0, S_6, S_4\}$
$Sh(\text{id})$	$= \{S_0, S_6, S_4\}$

Mengen $Sh(a)$



Zu (a)

- Berechne für alle $q \in Q_d$ und $a \in V_T$ die Menge $\text{Succ}(q)_a$ der **Reduktionsnachfolger**
 - $S'(q)_a =_{\text{def}} \{\text{Zustände, in die der Parser durch 1 Reduktion unter Vorausschau } a \text{ kommen kann}\}$
 - $S(q)_a =_{\text{def}} S'(q)_a \cup \bigcup_{p \in S'(q)_a} S(p)_a$
 - $\text{Succ}(q)_a =_{\text{def}} (S(q)_a \cap \text{Sh}(a)) \cup \{q\}$

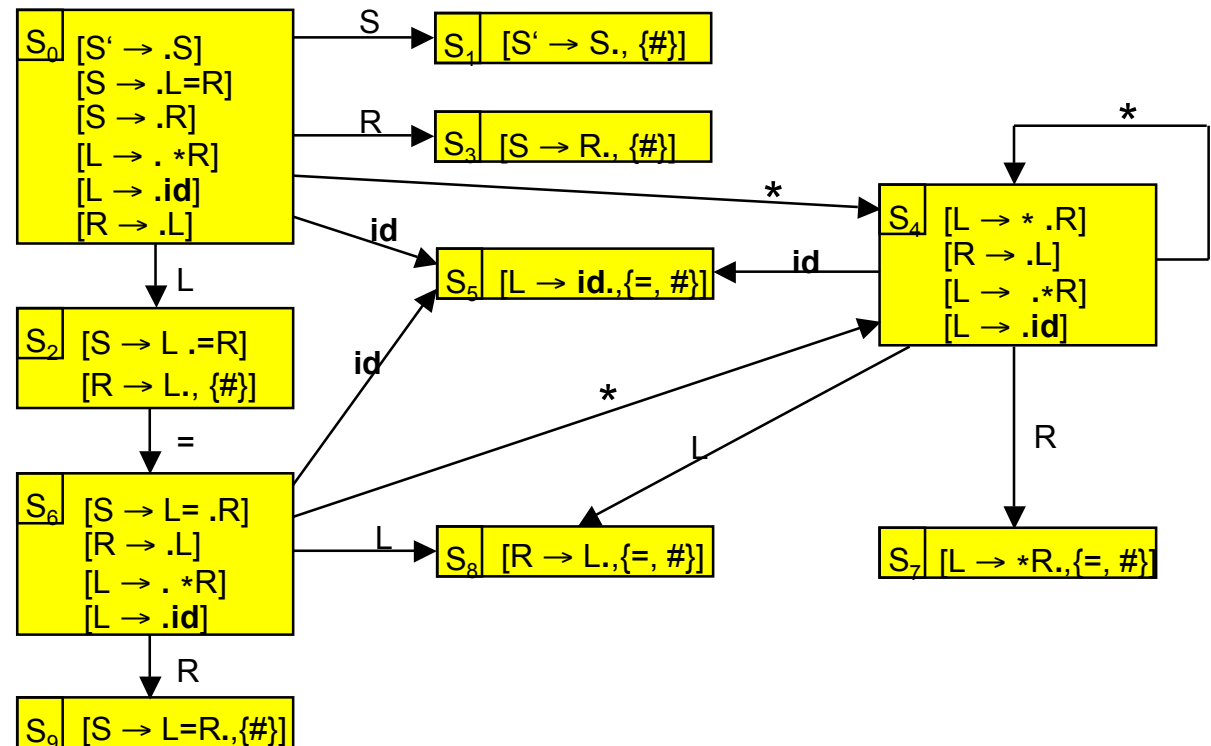
Beispiel

■ Es gilt

- $S(S_5) = \{S_2, S_8\} \cup S(S_2) \cup S(S_8) = \{S_2, S_8\} \cup S(S_8) = \{S_2, S_8\}$
- $S(S_8) = \{S_3, S_7, S_9\} \cup S(S_3) \cup S(S_7) \cup S(S_9) = \{S_3, S_7, S_9\} \cup S(S_7) = \{S_3, S_7, S_9\}$
- $S(S_7) = \{S_2, S_8\} \cup S(S_2) \cup S(S_8) = S(S_5) = \{S_2, S_8\}$

■ Damit

- $S(S_5) = \{S_2, S_3, S_7, S_8, S_9\}$
- $\text{Succ}(S_5) = (\{S_2, S_3, S_7, S_8, S_9\} \cap \{S_2\}) \cup \{S_5\} = \{S_2, S_5\}$





Berechnung der Brücke

- Berechne für alle $q \in Q_d$ und $a_i \in V_T$ die Menge
 $\text{Bridge}(q)_{a_i} =_{\text{def}} \{a \in V_T \mid \exists q' \in \text{Succ}(q)_a \text{ und } \delta_d(q', a) = p' \text{ und } \text{Sh}(a_i) \cap \text{Succ}(p')_{a_i} \neq \emptyset\}$

Beispiel

- $\text{Bridge}(S_0)_=$
 $= \{a \in V_T \mid \exists q' \in \text{Succ}(S_0)_a \text{ und } \delta_d(q', a) = p' \text{ und } \text{Sh}(=) \cap \text{Succ}(p')_a \neq \emptyset\}$
 Kandidaten
 id , da $\delta_d(S_0, \text{id}) = S_5 \Rightarrow \text{Succ}(S_5)_= = \{S_2, S_5\}$
 $*$, da $\delta_d(S_0, *) = S_4 \Rightarrow \text{Succ}(S_4)_= = \{S_4\}$
 $= \{\text{id}\}$, da $\{S_2\} \cap \{S_4\} = \emptyset$

- $\text{Bridge}(S_0)_*$
 $= \{a \in V_T \mid \exists q' \in \text{Succ}(S_0)_a \text{ und } \delta_d(q', a) = p' \text{ und } \text{Sh}(*) \cap \text{Succ}(p')_* \neq \emptyset\}$

Kandidaten

- id , da $\delta_d(S_0, \text{id}) = S_5 \Rightarrow \text{Succ}(S_5)_* = \{S_5\}$
 $*$, da $\delta_d(S_0, *) = S_4 \Rightarrow \text{Succ}(S_4)_* = \{S_4\}$
 $= \{*\}$, da $\{S_0, S_4, S_6\} \cap \{S_5\} = \emptyset$

$\text{Succ}(q)_a$

	=	*	id
S_0	S_0	S_0	S_0
S_1	S_1	S_1	S_1
S_2	S_2	S_2	S_2
S_3	S_3	S_3	S_3
S_4	S_4	S_4	S_4
S_5	S_2, S_5	S_5	S_5
S_6	S_6	S_6	S_6
S_7	S_2, S_7	S_7	S_7
S_8	S_2, S_8	S_8	S_8
S_9	S_9	S_9	S_9

$\text{Sh}(=)$	$= \{S_2\}$
$\text{Sh}(*)$	$= \{S_0, S_6, S_4\}$
$\text{Sh}(\text{id})$	$= \{S_0, S_6, S_4\}$



Beispiel (Korrektur durch Einfügen)

Eingabe	Fehlerkonfiguration	Brücke	Korrektur
$* = id \#$	$(S_0 S_4, = id \#)$	$Bridge(S_4)_= = \{id\}$	Einfügen von id

Auf der Basis der vorberechneten Mengen

- 1-Symbol-Ersetzungskorrektur
(Unterschied: Symbole aus $Bridge(q)_{a_{i+1}}$)
- Beispiel

Eingabe	Fehlerkonfiguration	Brücke	Korrektur
$id = = id \#$	$(S_0 S_2 S_6, = id \#)$	$Bridge(S_6)_{id} = \{*\}$	Ersetzen von $=$ durch $*$

- 1-Symbol-Löschkorrektur
(Löschung eines Symbols a ist Möglichkeit,
wenn es Zustand $p \in Sh(a_{i+1}) \cap Succ(q)_{a_{i+1}}$ gibt)
- Beispiel

Eingabe	Fehlerkonfiguration	Brücke	Korrektur
$id id = id \#$	$(S_0 S_5, id = id \#)$	$Sh(=) \cap Succ(S_5)_= = \{S_2\}$	Löschen von id Ersetzen von S_5 durch S_2

Bridge(q)_a

	$=$	$*$	id
S_0	$\{id\}$	$\{*\}$	$\{*\}$
S_1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
S_2	$\emptyset$	$\{=\}$	$\{=\}$
S_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
S_4	$\{id\}$	$\{*\}$	$\{*\}$
S_5	$\emptyset$	$\{=\}$	$\{=\}$
S_6	$\{id\}$	$\{*\}$	$\{*\}$
S_7	$\emptyset$	$\{=\}$	$\{=\}$
S_8	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
S_9	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

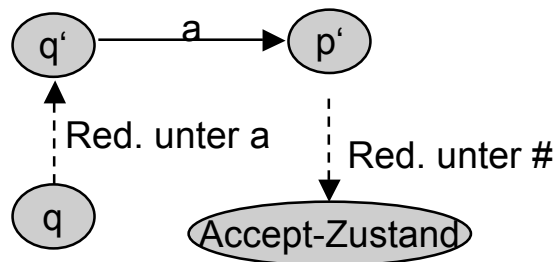


Sonderfall

- Korrekturen bei erschöpfter Eingabe
- Hier: Nur Einsetzungskorrekturen sinnvoll

Lösung

- Für jeden Zustand q die Menge $\text{Acc}(q)$ berechnen, eine Menge von Terminalsymbolen a , so dass gilt
 - Reduktionen von q unter a führt in Zustand q'
 - Lesen von a in q' ergibt p'
 - Reduktionen von p' unter $\#$ führen in accept-Konfigurationen



- Modifikation von Bridge

$\text{Bridge}(q)_{\#} =_{\text{def}}$

$\{a \in V_T \mid \exists q' \in \text{Succ}(q)_a \text{ und } \delta_d(q', a) = p' \text{ und } \text{Succ}(p')_{\#} \in \text{„accept-Zuständen“}\}$



Falsche Reduktionen in SLR(1)- und LALR(1)-Parsern

- Kanonische LR-Parser
 - Lesen weder ein Symbol über Fehlerstelle hinaus
 - Noch reduzieren sie unter falschem Vorausschausymbol
- SLR(1)- und LALR(1)-Parser
 - Machen möglicherweise Reduktionen, bevor in shift-Zustand Fehler entdeckt wird (da weniger differenzierte Vorausschau)

Abhilfe

- Zusätzlicher Keller
 - Zur Speicherung aller seit letztem Lesen durchgeführten Reduktionen
 - Wird bei Lese-Aktion geleert
 - Im Fehlerfall: Gekellte Reduktionen rückgängig machen