

# Projekt Algorithm Engineering

## Themenvorstellung

Uwe Baier

Institut für theoretische Informatik  
Universität Ulm

Sommersemester 2019

# Inhaltsübersicht

Einführung

Thema 1: Runminimierung in einer Multi-String BWT

Thema 2: Kantenminimierung in DeBruijn - Graphen

Thema 3: Tunneln einer eXtended BWT

Zusammenfassung und Ziele

# Burrows Wheeler Transformation

## Geschichte

- ▶ reversible Texttransformation [Burrows and Wheeler, 1994]
- ▶ ehemaliges Einsatzgebiet: Datenkompression

## BWT heute

- ▶ zum Teil noch Einsatz in der Datenkompression, z.B. `bzip2` [Seward, 1996]  
Problem: langsame Dekompressionsgeschwindigkeit
- ▶ Vielfältiger Einsatz in der Bioinformatik, z.B. `BWA` für read alignment [Li and Durbin, 2010]
- ▶ Einsatz in komprimierter Volltextindizierung, z.B. FM-Index [Ferragina and Manzini, 2005]

## BWT in der Zukunft

- ▶ Fortschritte in der Volltextindizierung [Gagie et al., 2018]
- ▶ Fortschritte bei Kompressionsraten [Baier, 2018]

# BWT

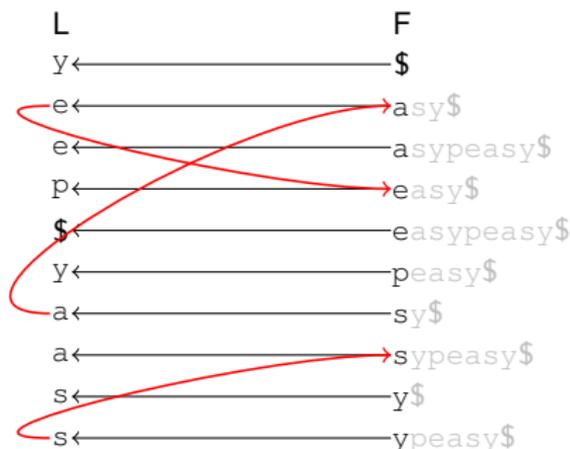
*“Die BWT L ist ein String, der durch das konkatenieren der zyklisch vorhergehenden Zeichen aller lexikographisch sortierten Suffixe eines Strings S entsteht.”*

**BWT Generierung für  $S = \text{easyeasy}\$$**

	Suffixe		L	sortierte Suffixe
y	\$		y	\$
s	y\$		e	asy\$
a	sy\$		e	asypeasy\$
e	asy\$	sortieren	p	easy\$
p	easy\$	→	\$	easypeasy\$
y	peasy\$		y	peasy\$
s	ypeasy\$		a	sy\$
a	sypeasy\$		a	sypeasy\$
e	asypeasy\$		s	y\$
\$	easypeasy\$		s	ypeasy\$

## BWT - Rückwärtsschritt

- ▶ F - Spalte: erste Spalte der sortierten Suffixe  
Berechenbar durch die Sortierung der Zeichen in L
- ▶  $k$ -tes Vorkommen des Zeichens  $c$  in L korrespondiert mit  $k$ -tem Vorkommen des Zeichens  $c$  in F ( **LF-mapping** )



- ▶ Eine Tour, bei der dem LF-mapping gefolgt und die besuchten Buchstaben in L nacheinander aufgeschrieben werden ergibt den reversen Ausgangsstring

# Multi-String BWT

- ▶ Mehrere Strings  $S_1, \dots, S_m$  werden mit Trennsymbol \$ zu neuem String  $S := S_1\$S_2\$ \dots \$S_m\$$  konkateniert
- ▶ sortierte Suffixe werden nur bis zum Trennsymbol betrachtet
- ▶ restliche Definition und Rückwärtsschritt analog

## Stringkonkatenation

$S_1 = GCA$                        $S_2 = GGTGA$

$S_3 = GGTGC$                      $S_4 = GG$

$S = GCA\$GGTGA\$GGTGC\$GG\$$

## Multi-String BWT

L	sortierte Suffixe
A	\$
A	\$
C	\$
G	\$
C	A\$
G	A\$
G	C\$
G	CA\$
G	G\$
T	GA\$
T	GC\$
\$	GCA\$
\$	GG\$
\$	GGTGA\$
\$	GGTGC\$
G	GTGA\$
G	GTGC\$
G	TGA\$
G	TGC\$

# Thema 1: Runminimierung in einer Multi-String BWT

- ▶ Run: längenmaximaler Substring mit Wiederholung desselben Zeichens

... CC AAAAAAAAAAAA TT ...  
Run mit 11 Zeichen

- ▶ Run durch Lauflängenkodierung komprimierbar

AAAAAA → A10  
 $6 = 110_2$        $110_2 = 6$  A's

- ▶ Komprimierbarkeit der BWT hängt von der Anzahl an Runs ab

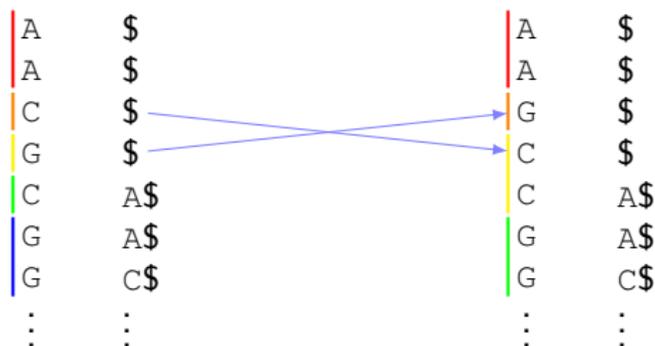
[Cazaux and Rivals, 2018]

In Multi-String BWT: Zeichen mit gleichem sortiertem Suffix können vertauscht werden

L	sortierte Suffixe
A	\$
A	\$
C	\$
G	\$
C	A\$
G	A\$
G	C\$
G	CA\$
G	G\$
T	GA\$
T	GC\$
\$	GCA\$
\$	GG\$
\$	GGTGA\$
\$	GGTGC\$
G	GTGA\$
G	GTGC\$
G	TGA\$
G	TGC\$

# Thema 1: Runminimierung in einer Multi-String BWT

- ▶ Ziel: Zeichen mit gleichem Suffix derart vertauschen, dass die Anzahl der Runs minimiert wird



- ▶ Eingabe: BWT in Form eines Wavelet Tree [Foschini et al., 2006] sowie Bitvektor mit Markierungen bei Suffixtransitionen
- ▶ Algorithmik mittels einfacher Fallunterscheidung [Cazaux and Rivals, 2018]

# Thema 2: Kantenminimierung in DeBruijn - Graphen

## DeBruijn - Graph der Ordnung $k$

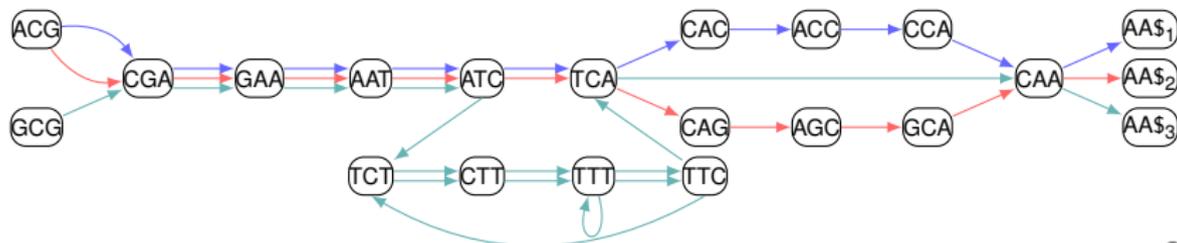
- ▶ Grundlage: ein oder mehrere Strings
- ▶ Knotenmenge: Menge aller  $k$ -langen Teilstrings in  $S$
- ▶ Kante von  $u$  nach  $v \Leftrightarrow$  Teilstrings von  $u$  und  $v$  überschneiden sich mit genau  $k - 1$  Zeichen im String
- ▶ Multigraph, für jede Überschneidung gibt es eine Kante

## DeBruijn - Graph der Ordnung $k = 3$

$S_1 = \text{ACGAATCACCAA}\$1$

$S_2 = \text{ACGAATCAGCAA}\$2$

$S_3 = \text{GCGAATCTTTCTTTTCAA}\$3$

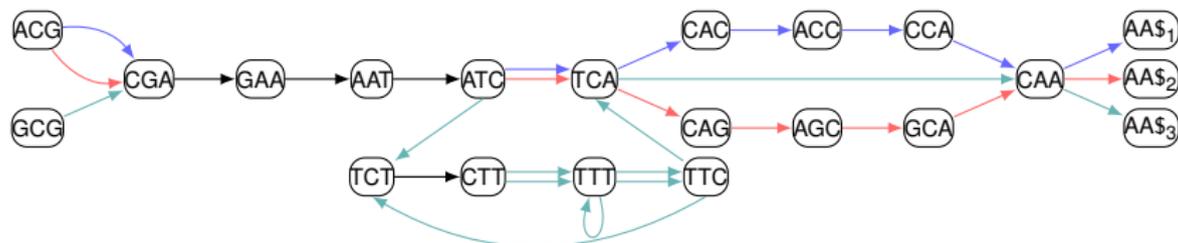


## Thema 2: Kantenminimierung in DeBruijn - Graphen

- ▶ Kompakte Graphrepräsentation mittels BWT
- ▶ Einsatz in Bioinformatik (Genomunterschiede darstellen)

### Kantenminimierung [Beller and Ohlebusch, 2016]

Seien  $u$  und  $v$  zwei Knoten. Ist  $v$  einzigster Nachfolger von  $u$  und  $u$  einzigster Vorgänger von  $u$ , so genügt es, nur eine Kante von  $u$  nach  $v$  zu zeichnen

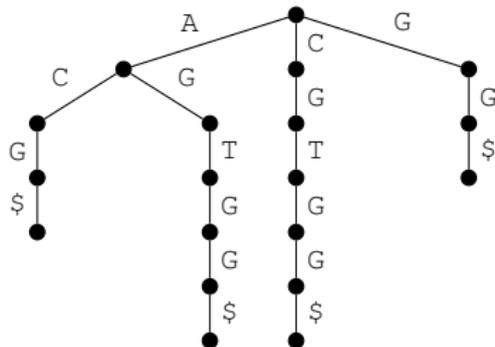


- ▶ Ziel: finde  $k$  für das Kantenzahl minimiert wird
- ▶ Mögliche Einsatzgebiete:
  - ▶ Bioinformatik (kompakter Graph  $\hat{=}$  viel Information)
  - ▶ kompaktere Graphrepräsentation (Tunneln [Baier, 2018])

# Thema 3: Tunneln einer eXtended BWT

## Trie [Fredkin, 1960]

- ▶ baumartige Darstellung einer Menge von Strings
- ▶ darstellbar per eXtended BWT
- ▶ Einsatz z.B. in Multi-Pattern Suche [Aho and Corasick, 1975]



$S_1 = ACG$

$S_2 = AGTGG$

$S_3 = CGTGG$

$S_4 = GG$

## eXtended BWT

last	L	reverser Kontext
0	A	$\epsilon$
0	C	
1	G	
0	C	A
1	G	
1	G	C
1	G	CA
1	G	G
1	T	GA
1	T	GC
1	\$	GCA
1	\$	GG
1	\$	GGTGA
1	\$	GGTGC
1	G	GTGA
1	G	GTGC
1	G	TGA
1	G	TGC



# Rahmenbedingungen

## Bereitgestellte Materialien

- ▶ Projektkonzept
  - ▶ Grundlagen
  - ▶ Beschreibung sowie Pseudocode der zu implementierenden Algorithmen
- ▶ Quellcode als Programmiergrundlage (C++)
  - ▶ Enthält alle benötigten Basisoperationen
  - ▶ Beispiele, wie die Operationen benutzt werden

## Aufgaben

- ▶ Implementierung (C++)
- ▶ Durchführen von Experimenten
- ▶ Anfertigen einer Ausarbeitung
  - ▶ Problemstellung, Lösung etc. in eigenen Worten
  - ▶ Darstellung der Experimente und derer Ergebnisse
- ▶ Projektvortrag

# Zusammenfassung

- ▶ Implementierung + Experimente + Ausarbeitung + Vortrag
- ▶ Eigenständiges Arbeiten
- ▶ Hilfestellung bei Bedarf
- ▶ Auch mehrfache Themenvergabe möglich

Interesse? Einfach melden:  
`uwe.baier@uni-ulm.de`

# References I



Aho, A. V. and Corasick, M. J. (1975).

Efficient String Matching: An Aid to Bibliographic Search.

[Communications of the ACM, 18\(6\):333–340.](#)



Baier, U. (2018).

On Undetected Redundancy in the Burrows-Wheeler Transform.

[In Annual Symposium on Combinatorial Pattern Matching \(CPM 2018\), CPM '18, pages 3:1–3:15.](#)



Beller, T. and Ohlebusch, E. (2016).

A representation of a compressed de Bruijn graph for pan-genome analysis that enables search.

[Algorithms for Molecular Biology, 11\(1\).](#)



Burrows, M. and Wheeler, D. J. (1994).

A block-sorting lossless data compression algorithm.

[Technical Report 124, Digital Equipment Corporation.](#)

## References II



Cazaux, B. and Rivals, E. (2018).

Strong link between BWT and XBW via Aho-Corasick automaton and applications to Run-Length Encoding.

[CoRR, abs/1805.10070.](#)



Ferragina, P. and Manzini, G. (2005).

Indexing Compressed Text.

[Journal of the ACM, 52\(4\):552–581.](#)



Foschini, L., Grossi, R., Gupta, A., and Vitter, J. S. (2006).

When Indexing Equals Compression: Experiments with Compressing Suffix Arrays and Applications.

[ACM Transactions on Algorithms, 2\(4\):611–639.](#)



Fredkin, E. (1960).

Trie Memory.

[Communications of the ACM, 3\(9\):490–499.](#)

## References III



Gagie, T., Navarro, G., and Prezza, N. (2018).

Optimal-Time Text Indexing in BWT-runs Bounded Space.

[In Proceedings of the Twenty-Ninth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, SODA '18, pages 1459–1477.](#)



Li, H. and Durbin, R. (2010).

Fast and accurate long-read alignment with Burrows–Wheeler transform.

[Bioinformatics, 26\(5\):589–595.](#)



Seward, J. (1996).

bzip2 File Compressor.

[http://bzip.org/.](http://bzip.org/)

last visited January 2018.