

Übungsblatt 1

02.05.2014

Aufgabe 1.1:

Durch Erfolge in der Gentechnik ist es gelungen, einen einfachen Test für eine schwere Erbkrankheit zu entwickeln. Obwohl die Krankheit nur bei zwei von einer Million Personen vorkommt, haben Sie vor, sich testen zu lassen. Vorher erkundigen Sie sich über die Sensitivität (Wahrscheinlichkeit, eine vorhandene Krankheit zu entdecken) und Spezifität (Wahrscheinlichkeit, einen gesunden Testteilnehmer als gesund zu identifizieren) des Tests. Die Werte betragen 99% für die Sensitivität und 99,98% für die Spezifität.

Können Sie mittels des Satzes von Bayes erklären, warum es vielleicht doch nicht besonders erfolgsversprechend ist, den Test zu machen und dem Ergebnis zu trauen?

Aufgabe 1.2:

In der Vorlesung haben Sie das Beispiel eines betrügerischen Kasinos besprochen, das über einen gezinkten Würfel verfügt, diesen aber nicht immer einsetzt. Sie haben in der Vorlesung ebenfalls berechnet, wie groß die Wahrscheinlichkeit beim Beobachten einer Folge von drei aufeinanderfolgenden Sechsen ist, dass der gezinkte Würfel verwendet wird. Ab welcher Länge einer Folge von Sechsen ist es wahrscheinlicher, dass der gezinkte Würfel benutzt wurde?

Aufgabe 1.3:

Bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit $P(x|M)$ wird eine Summation über alle möglichen Pfade vorgenommen. Zeigen Sie, wie sich die Zahl der Pfade in Abhängigkeit von ihrer Länge entwickelt.

Aufgabe 1.4:

Der Viterbi-Algorithmus berechnet den wahrscheinlichsten Pfad, also den Pfad, der $P(x, \pi)$ maximiert. Zeigen Sie, dass der selbe Pfad auch $P(\pi|x)$ maximiert, also dass:

$$\arg \max_{\pi} P(x, \pi) = \arg \max_{\pi} P(\pi|x)$$

Aufgabe 1.5:

Betrachten wir ein HMM mit den vier Zuständen b, g, n, s und der Übergangsmatrix

	b	g	n	s
b	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
g	0	0.2	0.3	0.5
n	0	0.2	0.2	0.6
s	0	0.0	0.2	0.8

Es können drei Symbole emittiert werden: A, B und C. Die Emissionswahrscheinlichkeiten seien

	A	B	C
b	0	0	0
g	0.7	0.2	0.1
n	0.3	0.4	0.3
s	0.0	0.1	0.9

Wir untersuchen nun die Zeichenkette ACBAC. Bestimmen Sie einen wahrscheinlichsten Pfad mit dem Viterbi-Algorithmus.