

# Datenkompression

Sommersemester 2014

## Übungsblatt 5

Prof. Dr. E. Ohlebusch

Institut für Theoretische Informatik

S. Arnold

Ausgegeben am 03.07.2014

Besprechung in der Übung am 10.07.2014

### Aufgabe 5.1

Sei  $S$  ein String der Länge  $n$ , der kein Abschlusszeichen  $\$$  enthält. Wir bezeichnen mit  $L$  die letzte Spalte der Matrix, die alle  $n$  Rotationen von  $S$  in lexikografischer Reihenfolge enthält, und mit  $SA$  das Suffix-Array von  $S$ . Außerdem definieren wir den String  $BWT[1..n]$  durch

$$BWT[i] := \begin{cases} S[SA[i] - 1] & \text{falls } SA[i] > 1 \\ S[n] & \text{falls } SA[i] = 1 \end{cases}.$$

- Finden Sie einen String  $S$ , für den  $L \neq BWT$  gilt.
- Die Funktion  $f_L: \Sigma^n \rightarrow \Sigma^n$  ordne jedem String  $S$  das zugehörige  $L$  zu. Ist  $f_L$  bijektiv?
- Die Funktion  $f_{BWT}: \Sigma^n \rightarrow \Sigma^n$  ordne jedem String  $S$  den String  $BWT$  zu. Ist  $f_{BWT}$  bijektiv?
- Sei  $D_n$  die Menge aller Strings der Länge  $n$ , die das Abschlusszeichen  $\$$  genau einmal enthalten, nämlich am Ende.  $W_n$  sei die Menge aller Strings der Länge  $n$ , die das Abschlusszeichen  $\$$  genau einmal enthalten, an einer beliebigen Position. Die Funktion  $g_{BWT}: D_n \rightarrow W_n$  ordne jedem String mit Abschlusszeichen  $\$$  den String  $BWT$  zu. Ist  $g_{BWT}$  bijektiv?

### Aufgabe 5.2

Dekodieren Sie den Burrows-Wheeler-transformierten String `ttc$attaa`. Implementieren Sie die inverse Burrows-Wheeler-Transformation und erweitern Sie das Verfahren, so dass zusätzlich das Suffix-Array zum dekodierten String berechnet wird.

### Aufgabe 5.3

Implementieren Sie die Move-To-Front-Transformation. Wenden Sie diese auf die Strings  $S = \text{abrakadabraabrakadabra\$}$  und  $BWT = \text{arrdda\$kkrraaaaaaaaabbbb}$  an. Vergleichen Sie die mittlere Huffman-Codewortlänge der beiden Move-To-Front-Transformierten.

### Aufgabe 5.4

Ist es möglich, die Move-To-Front-Transformation einer Eingabe der Länge  $n$  über einem Alphabet der Größe  $\sigma$  in besserer Zeitkomplexität als  $\mathcal{O}(n \cdot \sigma)$  durchzuführen?

### Aufgabe 5.5

Beweisen Sie  $I(X; Y) = H(X) - H(X|Y)$  für Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$ .