

Datenkompression

Sommersemester 2014

Übungsblatt 5

Prof. Dr. E. Ohlebusch

Institut für Theoretische Informatik

S. Arnold

Ausgegeben am 03.07.2014

Besprechung in der Übung am 10.07.2014

Aufgabe 5.1

Sei S ein String der Länge n , der kein Abschlusszeichen $\$$ enthält. Wir bezeichnen mit L die letzte Spalte der Matrix, die alle n Rotationen von S in lexikografischer Reihenfolge enthält, und mit SA das Suffix-Array von S . Außerdem definieren wir den String $BWT[1..n]$ durch

$$BWT[i] := \begin{cases} S[SA[i] - 1] & \text{falls } SA[i] > 1 \\ S[n] & \text{falls } SA[i] = 1 \end{cases}.$$

- Finden Sie einen String S , für den $L \neq BWT$ gilt.
- Die Funktion $f_L: \Sigma^n \rightarrow \Sigma^n$ ordne jedem String S das zugehörige L zu. Ist f_L bijektiv?
- Die Funktion $f_{BWT}: \Sigma^n \rightarrow \Sigma^n$ ordne jedem String S den String BWT zu. Ist f_{BWT} bijektiv?
- Sei D_n die Menge aller Strings der Länge n , die das Abschlusszeichen $\$$ genau einmal enthalten, nämlich am Ende. W_n sei die Menge aller Strings der Länge n , die das Abschlusszeichen $\$$ genau einmal enthalten, an einer beliebigen Position. Die Funktion $g_{BWT}: D_n \rightarrow W_n$ ordne jedem String mit Abschlusszeichen $\$$ den String BWT zu. Ist g_{BWT} bijektiv?

Aufgabe 5.2

Dekodieren Sie den Burrows-Wheeler-transformierten String `ttc$attaa`. Implementieren Sie die inverse Burrows-Wheeler-Transformation und erweitern Sie das Verfahren, so dass zusätzlich das Suffix-Array zum dekodierten String berechnet wird.

Aufgabe 5.3

Implementieren Sie die Move-To-Front-Transformation. Wenden Sie diese auf die Strings $S = \text{abrakadabraabrakadabra\$}$ und $BWT = \text{arrdda\$kkrraaaaaaaaabbbb}$ an. Vergleichen Sie die mittlere Huffman-Codewortlänge der beiden Move-To-Front-Transformierten.

Aufgabe 5.4

Ist es möglich, die Move-To-Front-Transformation einer Eingabe der Länge n über einem Alphabet der Größe σ in besserer Zeitkomplexität als $\mathcal{O}(n \cdot \sigma)$ durchzuführen?

Aufgabe 5.5

Beweisen Sie $I(X; Y) = H(X) - H(X|Y)$ für Zufallsvariablen X und Y .