

Aufgabenblatt 4

24. Juni

Aufgabe 1

Sei $L = \{0^n \mid \text{es gibt zwei Primzahlen } p, q \text{ mit } 2^{n-1} < p < q < 2^n \text{ und } q - p = 2\}$.
Zeigen Sie, dass $L \in \text{NP}$, und wenn $\text{P} \neq \text{NP}$ dann ist L nicht NP-vollständig.

Uniformer Diagonalisierungssatz Seien A_1, A_2 rekursive Mengen und C_1, C_2 Klassen über rekursive Mengen mit den folgenden Eigenschaften:

1. $A_1 \notin C_1$
2. $A_2 \notin C_2$
3. C_1 und C_2 sind rekursiv präsentierbar
4. C_1 und C_2 sind abgeschlossen unter endlichen Abänderungen

Dann gibt es eine rekursive Menge A sodass

- a) $A \notin C_1$
- b) $A \notin C_2$
- c) $A \leq_m A_1 \oplus A_2 = \{w0 \mid w \in A_1\} \cup \{w1 \mid w \in A_2\}$

Aufgabe 2

Zeigen Sie,

- a) PSPACE ist rekursiv präsentierbar.
- b) Menge der PSPACE-vollständigen Probleme ist rekursiv präsentierbar.

Aufgabe 3

Zeigen Sie mit Hilfe des uniformen Diagonalisierungssatzes, dass folgende Klassen entweder leer oder nicht rekursiv präsentierbar sind:

- a) $\text{NP} - \text{P}$
- b) Die Menge der Sprachen in NP die nicht vollständig für diese Klasse sind.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass falls $\text{NP} \neq \text{PSPACE}$, dann gibt es eine Sprache $A \in \text{PSPACE} \setminus \text{NP}$ mit der Eigenschaft, A ist nicht PSPACE-vollständig.