

Übungsblatt 2

04.05.2016

Auf diesem Übungsblatt betrachten wir ein HMM \mathcal{M} mit den vier Zuständen A, B, C, D sowie dem Startzustand \mathcal{B} und dem Endzustand \mathcal{E} . Die Übergangsmatrix sei

	\mathcal{B}	A	B	C	D	\mathcal{E}
\mathcal{B}	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0
A	0	0	0	0,99	0	0,01
B	0	0	0	0	0,99	0,01
C	0	0	0	0,99	0	0,01
D	0	0	0	0	0,99	0,01
\mathcal{E}	0	0	0	0	0	1

Es können zwei Symbole emittiert werden: a und b. Die Emissionswahrscheinlichkeiten seien

	a	b
A	0,8	0,2
B	0,6	0,4
C	0,4	0,6
D	0,5	0,5

Wir untersuchen nun die Zeichenfolge aa.

Aufgabe 2.1:

Bestimmen Sie die Matrix der Vorwärtswahrscheinlichkeiten und $P(x|\mathcal{M})$. (Hinweis: Es ist hilfreich den Forward-Algorithmus zu implementieren.)

Aufgabe 2.2:

Bestimmen Sie die Matrix der Rückwärtswahrscheinlichkeiten und $P(x|\mathcal{M})$. (Hinweis: Es ist hilfreich den Backward-Algorithmus zu implementieren.)

Aufgabe 2.3:

Bestimmen Sie die Matrix der a-posteriori-Wahrscheinlichkeiten. Welche Zustandsfolge wird als wahrscheinlichste ermittelt? Welches Problem können Sie beobachten?

Aufgabe 2.4:

Bestimmen Sie den wahrscheinlichsten Pfad mit dem Viterbi-Algorithmus und vergleichen Sie diesen mit dem durch die a-posteriori-Dekodierung ermittelten Pfad.

Aufgabe 2.5:

Der Viterbi-Algorithmus berechnet den wahrscheinlichsten Pfad, also den Pfad, der $P(x, \pi)$ maximiert. Zeigen Sie, dass der selbe Pfad auch $P(\pi|x)$ maximiert, also dass:

$$\arg \max_{\pi} P(x, \pi) = \arg \max_{\pi} P(\pi|x)$$