Berechenbarkeit & Komplexität
SS 2016

Universität Ulm
Schöning/Krüger

Übungsblatt 4 — 7. Juni 2016

Abgabe bis Dienstag, 14. Juni 2016, 14:00 Uhr

Aufgabe 4.1: (6 Pkt.)

Sei $L, L' \subseteq \{0,1\}^*$. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen falsch sind.

a) $L \leq L',\ L' \leq L \ \Rightarrow L = L'$.

b) $L \leq L'$ und L ist rekursiv aufzählbar $\Rightarrow$ L' ist rekursiv aufzählbar.

c) $L \leq L'$ und L ist entscheidbar $\Rightarrow$ L' ist entscheidbar.

Aufgabe 4.2: (6 Pkt.)

$A, B \subset \Sigma^*$ seien *semi-entscheidbare* Sprachen. Zeigen oder widerlegen Sie, ob folgende Sprachen semi-entscheidbar sind.

(a) $\overline{A}$

(b) $A \cup B$

(c) $A \cap B$

(d) $AB = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$

Aufgabe 4.3: (6 Pkt.)

Zeigen Sie durch Angabe einer μ-rekursiven Funktion, dass

$$f(x,y) = \begin{cases} x \text{ DIV } y & \text{falls } y \neq 0 \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases}$$

μ-rekursiv ist.
Hinweis: Sie können dazu die primitiv rekursiven Funktionen und Prädikate des letzten Übungsblattes verwenden.

Aufgabe 4.4: (2 Pkt.)

Sei Σ ein Alphabet und sei $(x_1, y_1), \ldots, (x_k, y_k)$ eine endliche Folge von Wortpaaren, wobei $x_i, y_i \in \Sigma^+$, $1 \leq i \leq k$ sind. Ist das Postsche Korrespondenzproblem entscheidbar, falls $|x_i| = |y_i|$ für alle $1 \leq i \leq k$ gilt? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4.5: (5 Pkt.)

Welche der folgenden Postschen Korrespondenzprobleme sind lösbar? Geben Sie jeweils eine Lösung an oder begründen Sie, warum keine existiert.

(a) $K_1 = \left(\binom{\mathtt{baa}}{\mathtt{aa}}, \binom{\mathtt{ab}}{\mathtt{bb}}, \binom{\mathtt{a}}{\mathtt{aba}}\right)$

(b) $K_2 = \left(\binom{\mathtt{ab}}{\mathtt{b}}, \binom{\mathtt{ba}}{\mathtt{ab}}, \binom{\mathtt{aba}}{\mathtt{ab}}, \binom{\mathtt{bba}}{\mathtt{bb}}\right)$

(c) $K_3 = \left(\binom{\mathtt{a}}{\mathtt{bbab}}, \binom{\mathtt{aba}}{\mathtt{a}}, \binom{\mathtt{b}}{\mathtt{ab}}, \binom{\mathtt{aabb}}{\mathtt{a}}\right)$

(d) $K_4 = \left(\binom{\mathtt{a}}{\mathtt{b}}, \binom{\mathtt{ab}}{\mathtt{abb}}, \binom{\mathtt{ab}}{\mathtt{aab}}, \binom{\mathtt{babaa}}{\mathtt{baab}}, \binom{\mathtt{bb}}{\mathtt{bbab}}\right)$

(e) $K_5 = \left(\binom{\mathtt{a}^4}{\mathtt{a}}, \binom{\mathtt{a}^2}{\mathtt{a}^7}, \binom{\mathtt{a}^{10}}{\mathtt{a}^3}\right)$ (wobei $\mathtt{a}^i = \underbrace{\mathtt{a}\ldots\mathtt{a}}_{\text{i-mal}}$)