

Übungsblatt 6

5. Juli 2016

Dieses Blatt ist das letzte (und *unbewertete*) Blatt dieses Semesters. Es wird in den Tutorien am 11. und 12. Juli besprochen.

Aufgabe 6.1:

Aus der Vorlesung wissen Sie, dass das RUCKSACK-Problem

Gegeben: n Gegenstände g_1, \dots, g_n , n Volumina v_1, \dots, v_n und n Werte w_1, \dots, w_n , so, dass Gegenstand g_i das Volumen v_i und den Wert w_i besitzt, sowie die Rucksackgröße G und ein Mindestwert M . Alle Werte sind natürliche Zahlen binär codiert.

Gefragt: Gibt es eine Indexmenge $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in I} v_i \leq G$ und $\sum_{i \in I} w_i \geq M$?

NP-vollständig ist. Betrachten Sie dazu Algorithmus 1.

Algorithmus 1 : Algorithmus zum Lösung des RUCKSACK-Problems

Input : Gegenstände g_1, \dots, g_n , Volumina v_1, \dots, v_n und Werte w_1, \dots, w_n , Rucksackgröße G und Mindestwert M

```
for j = 0 ... G do
  | m[0, j] ← 0;
end
for i = 1 ... n do
  | for j = 0 ... G do
  | | if  $w_i > j$  then
  | | | m[i, j] ← m[i - 1, j];
  | | | else
  | | | | m[i, j] ← max{m[i - 1, j], m[i - 1, j - v_i] + w_i};
  | | | end
  | end
end
end
(*) if ?? then
  | return true;
else
  | return false;
end
```

(a) Welche Bedingung muss in Zeile (*) eingefügt werden, damit der Algorithmus das Problem für jede Eingabe löst?

(b) Warum ist durch die Existenz dieses Algorithmus nicht $P=NP$ gezeigt?

Aufgabe 6.2:

Zeigen Sie, dass das folgende Problem HALFSAT in P ist:

Gegeben: Eine Formel F in konjunktiver Normalform.

Gefragt: Gibt es eine Belegung α , welche mindestens die Hälfte aller Klauseln von F erfüllt?

Aufgabe 6.3:

Zeigen Sie, dass das folgende Problem NP-vollständig ist.

Gegeben: Eine Boolesche Formel F in 3KNF, in welcher jede Variable maximal 3 mal vorkommt.

Gefragt: Gibt es eine erfüllende Belegung für F ?

Hinweis: Reduzieren Sie 3KNF-SAT polynomial auf das Problem. Erzeugen sie für jedes Vorkommen einer Variablen neue Variablen sowie neue Klauseln.

Aufgabe 6.4:

Das Problem JEIN-SAT ist wie folgt definiert:

Gegeben: Eine Boolesche Formel F .

Gefragt: Gibt es für F mindestens eine erfüllende Belegung und mindestens eine Belegung, die F nicht erfüllt?

Zeigen Sie: JEIN-SAT ist NP-vollständig.