

Übungsblatt 3

16. Mai 2016

Abgabe bis Montag, 23. Mai 2016, 12:15 Uhr

Hinweis:

Auf diesem und allen folgenden Übungsblättern gilt, soweit nicht anders angegeben, die in der Vorlesung verwendete Signatur. P, Q, R, \dots sind Prädikatensymbole, f, g, h, \dots sind Funktionssymbole, $x, y, z, x_1, x_2, x_3, \dots$ sind Variablen und $a, b, c, a_1, a_2, a_3, \dots$ sind Konstanten.

Aufgabe 3.1: (2 Pkt.)

Geben Sie jeweils alle freien Variablen, gebundene Variablen, Prädikate und Funktionen für die folgende Formel an.

$$F = \forall x \neg P(x, y) \wedge \neg \exists y Q(x, y) \vee \forall u \exists z P(f(u), z).$$

Aufgabe 3.2: (6 Pkt.)

Formulieren Sie folgende Aussagen in Prädikatenlogik. Erklären Sie dabei die Bedeutung der verwendeten Prädikate, Funktionen, Konstanten usw.

1. Jeder Mensch ist entweder nett oder gemein.
2. Alle Lauras sind gemein.
3. Es gibt einen Julian, in einer Beziehung mit einer Laura ist.
4. Jeder Julian ist in höchstens einer Beziehung.

Aufgabe 3.3: (2+2 Pkt.)

Geben Sie für die folgende Formel jeweils passende Strukturen \mathcal{A} und \mathcal{B} an, so dass \mathcal{A} ein Modell für die Formel ist und \mathcal{B} kein Modell für die Formel ist. Des Weiteren sollen sowohl \mathcal{A} als auch \mathcal{B} als Grundmenge die natürlichen Zahlen \mathbb{N} verwenden.

$$\exists y \forall x : (P(x, y) \rightarrow P(f(x), y))$$

Aufgabe 3.4: (4+4 Pkt.)

Gegeben sind die Formeln F und G , die wie folgt definiert sind.

$$F = \forall x \exists y (\neg R(g(y, x), x)) \wedge \neg \forall x \exists z (\neg P(z, h(z), x) \wedge \forall y (Q(y))).$$
$$G = \exists z [\forall x \exists y P(x, y) \wedge \neg \forall y \forall x Q(x, y, z) \vee \neg \exists x \neg \exists y P(f(y), g(x))].$$

- a) Bereinigen Sie jeweils F und G .
- b) Formen Sie die bereinigte Formeln in Pränexform um.