

Übungsblatt 5

13. Juni 2016

Abgabe bis Montag, 20. Juni 2016, 12:15 Uhr

Aufgabe 5.1: (2+2 Pkt.)

Gegeben sei die prädikatenlogische Formel

$$F = \forall x \forall y \forall z (P(x, z) \wedge \neg P(f(y), z)).$$

Zu zeigen ist, dass F unerfüllbar ist. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- Geben Sie den Anfang der Herbrand-Expansion an. Brechen Sie die Aufzählung ab, nachdem Sie alle Formeln $F^*[x/t_1][y/t_2][z/t_3]$, $\forall t_1, t_2, t_3 \in D(F) \cap \{a, f(a)\}$ aufgezählt haben.
- Sei $E(F) = \{F_1, F_2, F_3, \dots\}$ die Aufzählung, die Sie in (a) gefunden haben. Wenden Sie den Algorithmus von Gilmore an, um zu zeigen, dass F unerfüllbar ist. Geben Sie in jeder ausgeführten Schleife des Algorithmus an, ob $F_1 \wedge \dots \wedge F_n$ unerfüllbar ist oder nicht (Begründung).

Aufgabe 5.2: (2+2 Pkt.)

Folgende Fakten sind bekannt:

- Jeder Student ist intelligent.
 - Wer intelligent ist und Übungsblätter macht, der besteht die Prüfung.
 - David ist ein Student, der Übungsblätter macht.
 - David besteht die Prüfung.
- Formulieren Sie die Fakten als prädikatenlogische Formeln. Sie können dabei die Konstante $david$ verwenden, die den David aus den Fakten bezeichnet. Definieren Sie zudem alle verwendeten Prädikate, Funktionen und Konstanten.
 - Zeigen Sie mittels prädikatenlogischer Resolution, dass Fakt 4 bereits aus den ersten drei Fakten folgt.

Aufgabe 5.3: (4 Pkt.)

Ist die Formel F bzw. G erfüllbar? Wenn ja, so beweisen Sie dies durch Angabe eines Modells für F bzw. G . Wenn nein, so beweisen Sie dies durch prädikatenlogische Resolution.

- $F = \forall x (P(x) \wedge \neg P(f(x)))$
- $G = \exists x (P(x) \wedge \neg P(f(x)))$

Aufgabe 5.4: (5 Pkt.)

Geben Sie 3 Literale an, die zwar jeweils paarweise unifizierbar sind, jedoch nicht alle drei gemeinsam. Geben Sie dazu für jedes Paar jeweils einen allgemeinsten Unifikator bzw. *sub* der Iteration, in der der Unifikationsalgorithmus „nicht unifizierbar“ ausgibt, an.

Aufgabe 5.5: (3 Pkt.)

Gegeben sei die folgende prädikatenlogische Formel:

$$F = \exists u \forall x \forall y (P(x, f(x)) \vee Q(u)) \wedge [(P(x, y) \wedge \neg P(y, x)) \vee (\neg Q(x) \wedge \neg P(y, x))]$$

Zeigen Sie mittels Grundresolution, dass F unerfüllbar ist. Überführen Sie zunächst F in eine geeignete Form.