**Mengen:**

Eine Menge ist eine Zusammenfassung wohldefinierter Objekte. Diese Objekte heißen Elemente.

Mengen notiert man mittels geschweifter Klammern.

$M = \{1, 3, 5\}$, $N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

$3 \in M$ “$3$ ist ein Element von $M$”

$4 \notin M$

$\{3\} \subseteq M$ “$\{3\}$ ist eine Teilmenge von $M$”

$\{3\} \subset M$ “$\{3\}$ ist eine echte Teilmenge von $M$”

$\emptyset = \{\}$ Leere Menge.

$|M| = ||M||$ Mächtigkeit oder Kardinalität von $M$.

**Operationen:**

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \in B\}$$

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \notin B\}$$

$$A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

Grundmenge $\Omega$, $\overline{A} = \Omega \setminus A = \{x \in \Omega \mid x \notin A\}$

**Gesetze von DeMorgan:**

$$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B},$$

$$\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}.$$

## Mengensysteme und Potenzmenge:

Ein Mengensystem ist eine Menge die aus Mengen besteht.

Für eine Menge $M$, $\mathcal{P}(M) = \{T \mid T \subseteq M\}$ ist die Potenzmenge von $M$.

Für eine endliche Menge $M$ gilt $|\mathcal{P}(M)| = 2^{|M|}$

$\binom{M}{k} = \{T \subseteq M \mid |T| = k\}$

$|\binom{M}{k}| = \binom{|M|}{k} = \frac{|M|!}{k!(|M|-k)!}$

**Folgen:**

Eine Folge oder Sequenz ist eine Auflistung von fortlaufend nummerierten Objekten (Position inerhalb der Folge ist wichtig).

$(3, 5, 2, 7, 3)$,

$(2, 4, 6, 8, \ldots)$, $(a_n)_{n=1,2,3,\ldots}$, $a_n = 2n$

$a_1 = 1, a_n = a_{n-1} + \frac{1}{2^n}$

$a_1 = 1, a_2 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ für $n \geq 3$.

**Wörter:**

Falls die Folgekomponenten einer endlichen Folge $w$ aus einer vorgegebenen nicht-leeren, endlichen Menge $\Sigma$ (Alphabet) stammen dann ist $w$ ein Wort über $\Sigma$.

$\Sigma = \{a, b, c\}, w = (a, b, a, a, c) = abaac$.

Länge von $w$, $|w| = 5$

$\Sigma^*$ ist die Menge aller Wörter über $\Sigma$

Leeres Wort: $()$ oder $\epsilon$, $|\epsilon| = 0, \epsilon in \Sigma^*$.

Konkatenation: $u, v \in \Sigma^*$ dann ist $u \cdot v$ das Wort $uv$.

$|u \cdot v| = |u| + |v|, u \cdot \epsilon = \epsilon \cdot u = u$

$u^o = \epsilon,\ u^n = u \cdot u^{n-1}$ für $n \geq 1$

Eine (formale) Spache ist eine Teilmenge $L \subseteq \Sigma^*$

**Kartesisches Produkt:**

$A, B$ Mengen,

$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A$ und $b \in B\}$

$|A \times B| = |A| \times |B|$

$A^1 = A$, $A^n = A \times A^{n-1}$, für $n > 1$

Für ein Alphabet $\Sigma$, $\Sigma^0 = \{\epsilon\}, \Sigma^* = \bigcup_{n=0,1,2,\ldots} \Sigma^n$

## Summen und Produkte

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} a_k$$

$$\text{Menge } I \subseteq N, \sum_{k \in I} a_k$$

$$a_1 \times a_2 \times \ldots \times a_n = \prod_{k=1}^{n} a_k$$

## Andere Operatoren

$$\bigvee_{k=1}^{n} a_k,$$

$$\bigwedge_{k=1}^{n} a_k,$$

$$\bigoplus_{k=1}^{n} a_k,$$

$$\bigcup_{k=1}^{n} A_k,$$

$$\bigcap_{k=1}^{n} A_k$$