

1. Aufgabe (18 Punkte)

Bewerten Sie folgende Aussagen mit „richtig“ oder „falsch“. Bei einer richtigen Bewertung gibt es 1 Punkt, bei einer falschen Bewertung -0.5 Punkte, bei keiner Bewertung 0 Punkte.

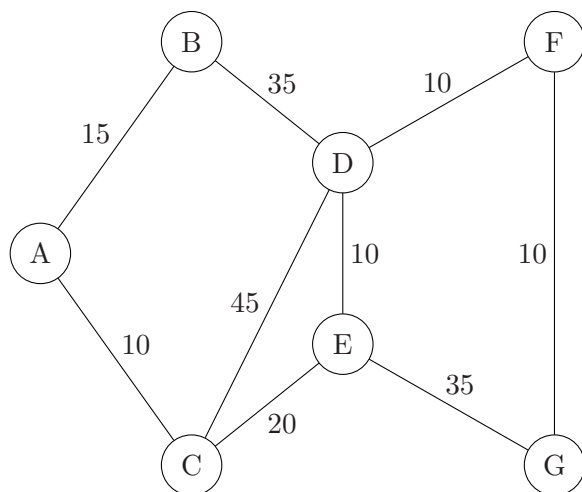
Aussage	richtig	falsch
Jeder gerichtete Graph lässt sich topologisch sortieren.		
Wenn die Gradsequenzen zweier Graphen identisch sind, so sind die Graphen isomorph.		
Es gibt Graphen, bei denen der maximale Fluss ungleich dem minimalen Schnitt ist.		
Ein bipartiter Graph hat immer eine gerade Anzahl von Knoten.		
Alle Graphen, die maximal vier Knoten haben, sind planar.		
Die chromatische Zahl eines Graphen ist immer größer oder gleich der Größe der größten Clique in diesem Graphen.		
Mit Petrinetzen lässt sich die Existenz von Deadlocks überprüfen.		
Jede kontextsensitive Sprache ist entscheidbar.		
Typ-3-Sprachen sind abgeschlossen unter Komplement.		
Typ-2-Sprachen sind abgeschlossen unter Schnitt.		
Der Minimalautomat M_A eines Automaten A ist bis auf die Bezeichnung der Zustände eindeutig.		
Sind A und B semi-entscheidbare Sprachen, dann ist $A - B$ auch semi-entscheidbar.		
Sind A und B entscheidbare Sprachen, dann ist $A \cap B$ auch entscheidbar.		
Die Funktion $x \oplus y \oplus z$ kann mittels eines Schaltkreises dargestellt werden, der nur die Gatter $\vee, NAND$ enthält.		
Kontextsensitive Sprachen können mit Kellerautomaten dargestellt werden.		
Für jede reguläre Sprache gibt es ein Syntaxdiagramm, welches diese Sprache darstellt.		
Die boolesche Formel $A \rightarrow B$ ist für den Fall $A = 0$ falsch.		
Die boolesche Formel $\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$ ist eine Tautologie.		

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1

Aussage	richtig	falsch
Jeder gerichtete Graph lässt sich topologisch sortieren.		falsch
Wenn die Gradsequenzen zweier Graphen identisch sind, so sind die Graphen isomorph.		falsch
Es gibt Graphen, bei denen der maximale Fluss ungleich dem minimalen Schnitt ist.		falsch
Ein bipartiter Graph hat immer eine gerade Anzahl von Knoten.		falsch
Alle Graphen, die maximal vier Knoten haben, sind planar.	richtig	
Die chromatische Zahl eines Graphen ist immer größer oder gleich der Größe der größten Clique in diesem Graphen.	richtig	
Mit Petrinetzen lässt sich die Existenz von Deadlocks überprüfen.	richtig	
Jede kontextsensitive Sprache ist entscheidbar.	richtig	
Typ-3-Sprachen sind abgeschlossen unter Komplement.	richtig	
Typ-2-Sprachen sind abgeschlossen unter Schnitt.		falsch
Der Minimalautomat M_A eines Automaten A ist bis auf die Bezeichnung der Zustände eindeutig.	richtig	
Sind A und B semi-entscheidbare Sprachen, dann ist $A - B$ auch semi-entscheidbar.		falsch
Sind A und B entscheidbare Sprachen, dann ist $A \cap B$ auch entscheidbar.	richtig	
Die Funktion $x \oplus y \oplus z$ kann mittels eines Schaltkreises dargestellt werden, der nur die Gatter $\vee, NAND$ enthält.	richtig	
Kontextsensitive Sprachen können mit Kellerautomaten dargestellt werden.		falsch
Für jede reguläre Sprache gibt es ein Syntaxdiagramm, welches diese Sprache darstellt.	richtig	
Die boolesche Formel $A \rightarrow B$ ist für den Fall $A = 0$ falsch.		falsch
Die boolesche Formel $\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$ ist eine Tautologie.	richtig	

2. Aufgabe (5+3+2+1+2+2+2+1 Punkte)

Gegeben sei folgender Graph:



- a) Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Dijkstra alle kürzesten Wege vom Startknoten A aus und geben Sie für diese sowie für jeden Berechnungsschritt die Listen L und K an.

L	K

- b) Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal den minimalen aufspannenden Baum und geben Sie dessen Größe an.

- c) Die chromatische Zahl des Graphen ist (nur eine Variante ist korrekt):
- $\chi(G) = 3$
 - $\chi(G) = 4$
 - $\chi(G) = 5$
- d) Begründen Sie, warum die chromatische Zahl nicht um Eins kleiner sein kann als das, was Sie vorher bei c) angekreuzt haben.
- e) Besitzt der Graph einen Eulerkreis? Wenn ja, geben Sie diesen an. Wenn nein, begründen Sie dies.
- f) Besitzt der Graph eine Eulertour? Wenn ja, geben Sie diese an. Wenn nein, begründen Sie dies.
- g) Besitzt der Graph einen Hamiltonkreis? Wenn ja, geben Sie diesen an. Wenn nein, begründen Sie dies.
- h) Welche der folgenden Sequenzen stellt die Gradsequenz des Graphen dar (nur eine Variante ist korrekt):
- (2,2,2,2,3,4,5)
 - (2,2,3,3,4,2,2)
 - (2,2,2,3,3,3,5)
 - (5,3,3,2,2,2,2)
 - (4,3,3,2,2,2,2)

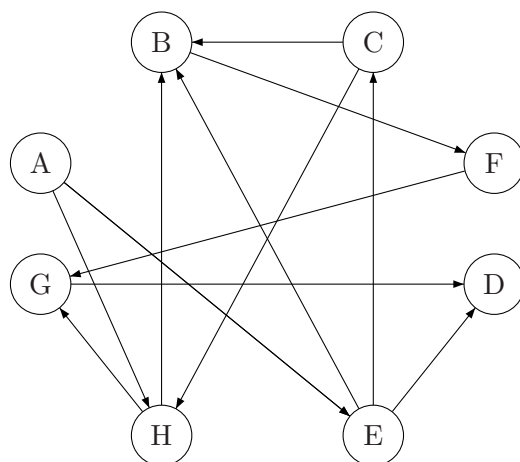
Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2

L	K
(A,0)	(B,15), (C,10)
(C,10)	(E,30), (D,55)
(B,15)	(D,50)
(E,30)	(D,40), (G,65)
(D,40)	(F,50)
(F,50)	(G,60)
(G,60)	

- a)
- b) Der Reihe nach folgende Knanten hinzufügen: $\{A,C\}, \{D,E\}, \{D,F\}, \{F,G\}, \{A,B\}, \{C,E\}$
 Größe: $10 + 10 + 10 + 10 + 15 + 20 = 75$
- c) $\chi(G) = 3$
- d) Graph enthält ein Dreieck (C - D -E)
- e) Nein, Knoten E und C haben Grad 3 (ungerade)
- f) Ja, z.B.: E - G - F - D - E - C - D - B - A - C
- g) Ja, A - C - E - G - F - D - B - A
- h) (4,3,3,2,2,2,2)

3. Aufgabe (3 Punkte)

Gegeben sei folgender gerichteter Graph. Geben Sie eine topologische Sortierung für diesen Graphen an, falls möglich, ansonsten begründen Sie, warum es keine geben kann.



Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3

$$A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow H \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow D$$

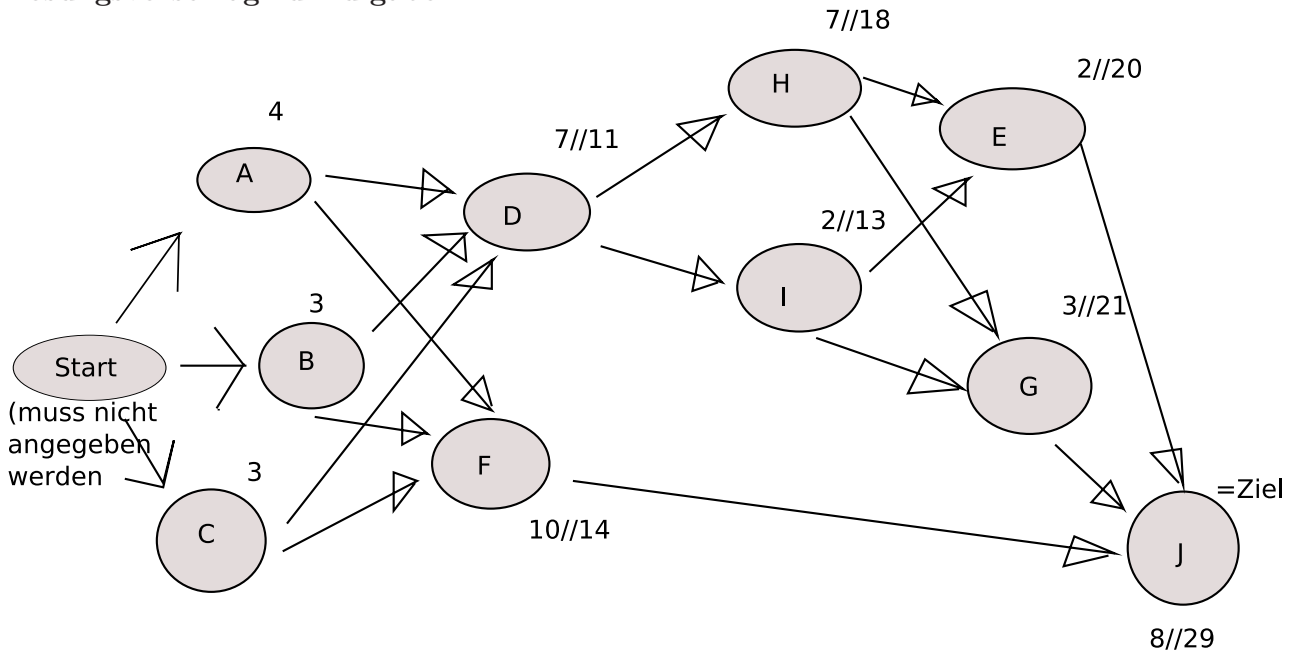
4. Aufgabe (3+2 Punkte)

Bei dem Innenausbau eines Hauses fallen (vereinfacht) folgende Tätigkeiten an:

ID	Tätigkeit	Dauer	setzt voraus
A	elektrische Leitungen verlegen	4	-
B	Gasleitungen verlegen	3	-
C	Wasserleitungen und Kanalisation verlegen	3	-
D	Innenputz und Tapeten anbringen	7	A,B,C
E	Steckdosen und Schalter anschließen	2	I,H
F	Böden verlegen	10	B,A,C
G	Sanitäranlagen installieren	3	H,I
H	Wände streichen	7	D
I	Fliesen verlegen	2	D
J	Möbel montieren	8	E,F,G

- Modellieren Sie die Abhängigkeiten der oben erwähnten Tätigkeiten als Netzplan.
- Berechnen Sie den kritischen Pfad in dem Netzplan und geben Sie diesen an.

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 4



Kritischer Pfad: A - D - H - G - J

5. Aufgabe (2+2+3 Punkte)

Gegeben sei die Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{0,1\}$, die durch folgende Grammatik beschrieben wird (S sei die Startvariable):

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0 \mid 0S \mid 0A \mid 1A \\ A &\rightarrow 0A \mid 1A \mid 1 \end{aligned}$$

a) Geben Sie zwei ableitbare und zwei nicht ableitbare Wörter an.

Ableitbar	Nicht ableitbar

b) Der reguläre Ausdruck für L ist (nur eine Variante ist korrekt):

- $0^*((0|1)(0|1)^*1)$
- $00^*((0|1)(0|1)^*1)$
- $0^*((0|1)^*1)$
- $0^*((0|1)^*0)$
- $00^*((0|1)(0|1)^*0)$

c) Formen Sie die Grammatik in Chomsky-Normalform um. Die Chomsky-Normalform besteht nur aus Regeln der Form:

$$\begin{aligned} \text{Variable} &\rightarrow \text{Variable Variable} \\ \text{Variable} &\rightarrow \text{Terminalsymbol} \end{aligned}$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 5

	Ableitbar	Nicht ableitbar
a)	0	1
	00	10

b) $00^*((0|1)(0|1)^*1)$

c) $S \rightarrow 0 \mid NS \mid NA \mid EA$
 $A \rightarrow NA \mid EA \mid 1$
 $N \rightarrow 0$
 $E \rightarrow 1$

6. Aufgabe (1+3+2 Punkte)

Gegeben sei die Sprache L der Wörter über $\Sigma = \{0, 1\}$, die mit Eins anfangen, worauf eine sortierte Folge von Nullen und Einsen folgt und dann mit Null enden (bei einer sortierten Folge über $\Sigma = \{0, 1\}$ stehen die Nullen am Anfang und die Einsen am Ende). Beachten Sie, dass die leere Folge auch eine sortierte Folge ist). Wörter dieser Sprache sind z.B.: 1000, 101110, 101110, 111110, 10. Geben Sie für diese Sprache an:

a) Der reguläre Ausdruck für L ist (nur eine Variante ist korrekt):

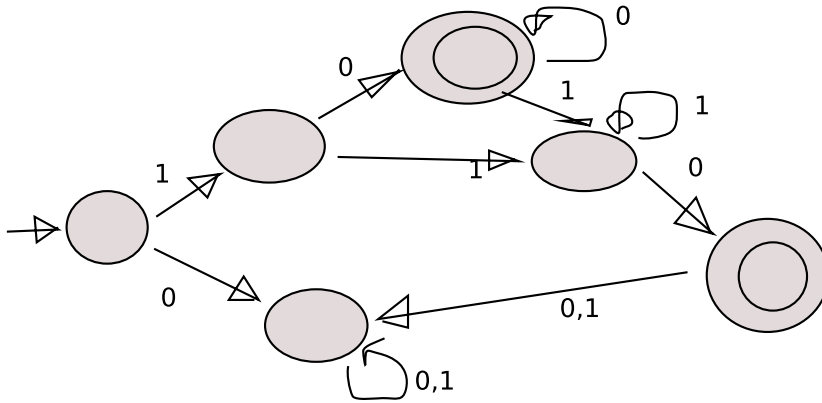
- $1(0|1)^*0$
- 100^*11^*0
- 10^*11^*0
- 100^*1^*0
- 10^*1^*0

b) Einen vollständigen deterministischen endlichen Automaten.

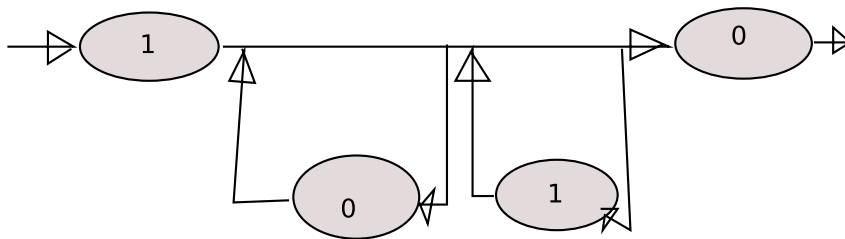
c) Ein Syntaxdiagramm.

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 6

a) 10^*1^*0



b)



c)

7. Aufgabe (3+3 Punkte)

- a) Vereinfachen Sie folgende Formel soweit wie möglich, (Dabei sollte die vereinfachte Form nur noch die Operatoren „Und“, „Oder“, „Nicht“ enthalten) und charakterisieren Sie diese mittels den Begriffen: erfüllbar, nicht erfüllbar, Tautologie.

$$((A \vee \neg(B \wedge A)) \wedge (C \vee (D \vee C))) \rightarrow C$$

- b) Geben Sie für die Funktion $F(A, B, C)$, die durch folgende Wahrheitstafel charakterisiert wird, die vollständige KNF an.

A	B	C	F(A,B,C)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 7

$$((A \vee \neg(B \wedge A)) \wedge (C \vee (D \vee C))) \rightarrow C = ((A \vee (\neg B \vee \neg A)) \wedge (C \vee D)) \rightarrow C = (C \vee D) \rightarrow C = C \vee \neg D$$

erfüllbar

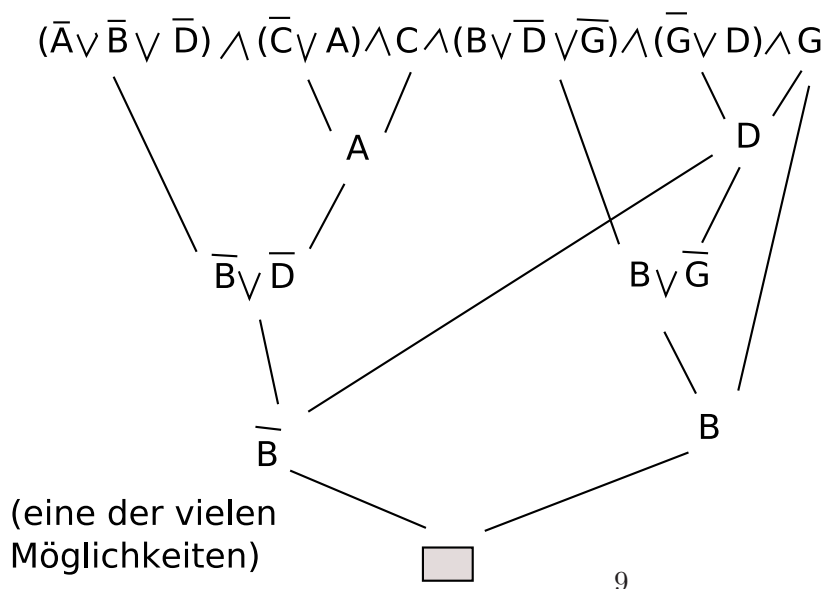
$$F = (A \vee B \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B \vee C) \wedge (\neg A \vee B \vee C)$$

8. Aufgabe (3 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe der Resolution, dass folgende Formel unerfüllbar ist:

$$(\neg A \vee \neg B \vee \neg D) \wedge (\neg C \vee A) \wedge C \wedge (B \vee \neg D \vee \neg G) \wedge (\neg G \vee D) \wedge G$$

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 8



9. Aufgabe (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass es keinen 2-fehlerkorrigierenden, perfekten Code der Länge 10 geben kann.

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 9

Einsetzen in die Hamming-Bedingung liefert: $\frac{2^{10}}{\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2}} = \frac{2^{10}}{56} \notin \mathbb{N}$