Übungen zur Vorlesung *Theoretische Informatik II* SS'08

H. Wunderlich, T. Eibach
Universität Ulm
Institut für Theoretische Informatik

Aufgabenblatt 2 (Abgabe 02.05.08)

Aufgabe 1 (8+2 Punkte)
Gegeben sei folgende Formel: $f := (x_4 \vee \overline{x}_3 \vee x_2) \rightarrow (x_1 x_2 \leftrightarrow \overline{x}_3 x_4)$

a) In der Vorlesung (Abschnitt 1.3 *Minimierung von Normalformen*) wurde das Verfahren von *Quine-McCluskey* vorgestellt. Formen Sie f zunächst in (vollständige) DNF um, wenden Sie dann das Quine-McCluskey Verfahren an. Sie erhalten eine Formel f^* äquivalent zu f.

b) Konstruieren Sie einen Schaltkreis für f^* über $\Omega = \{\wedge, \vee, \neg\}$. Geben Sie Größe und Tiefe des Schaltkreises an.

Aufgabe 2 (4+4 Punkte)
Sei f die Formel aus der vorherigen Aufgabe.

a) Berechnen Sie die Ringsummennormalform von f.

b) Drücken Sie f in der Basis {sel} aus.

Aufgabe 3 (2 Punkte)
Es sei f die 5-stellige Paritätsfunktion, also

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5.$$

Beweisen Sie: f nimmt den Wert 1 genau dann an, wenn die Anzahl der Einsen in der Eingabe ungerade ist.

Aufgabe 4 (8+2 Punkte)
Eine Boolesche Funktion $f : \mathbb{B}^n \rightarrow \mathbb{B}$ heißt monoton, wenn aus $x_i \leq y_i$ für alle $i = 1, ..., n$ folgt: $f(x_1, ..., x_n) \leq f(y_1, ..., y_n)$. Zeigen Sie:

a) f ist monoton $\iff$ f kann durch eine Formel dargestellt werden, in der nur $\wedge$ und $\vee$ vorkommen.

b) Folgern Sie, daß $\{\wedge, \vee\}$ keine vollständige Basis ist.