1. Eine lineare Abbildung $LIM : l^\infty \mapsto \mathbb{R}$ heißt Banachlimes, falls
   - $LIM(Tx) = LIM(x)$ für alle $x = (x_n) \in l^\infty$, wobei der Shiftoperator T die Folge $(x_1, x_2, \ldots)$ auf $(x_2, x_3, \ldots)$ abbildet,
   - $LIM(x) \geq 0$, falls $x_n \geq 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$,
   - $LIM(\mathbf{1}) = 1$ mit $\mathbf{1} = (1, 1, \ldots)$.

   Zeige:
   - $LIM \in (l^\infty)'$ und $\|LIM\| = 1$,
   - $\liminf x_n \leq LIM(x) \leq \limsup x_n$ für alle $x = (x_n) \in l^\infty$, also insbesondere $LIM(x) = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$ für $x \in c$,
   - LIM ist nicht multiplikativ, d.h. es gilt *nicht* $LIM(x) = LIM(x)LIM(y)$ für alle $x = (x_n), y = (y_n) \in l^\infty$, wobei $x \cdot y = (x_n y_n)$ die komponentenweise Multiplikation ist.
   - ein Banachlimes existiert.
     Hinweis: Betrachte $p(x) := \limsup \dfrac{1}{n} \sum\limits_{i=1}^{n} x_i$ und zeige, dass p sublinear ist, d.h. $p(x+y) \leq p(x) + p(y)$ und $p(\lambda x) = \lambda p(x)$, $\lambda \geq 0$.

2. Zeige, dass der lineare Operator $T : l^1 \mapsto (l^\infty)'$, der für $x = (x_n) \in l^1$ und $y = (y_n) \in l^\infty$ gegeben ist durch $(Tx)(y) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} x_n y_n$, isometrisch, aber nicht surjektiv ist.