



Übungen zur Vorlesung Analysis I – Blatt 12

Abgabe und Besprechung: 8:00-10:00, 20.07.2018, N24 - H14

0. Bitte geben Sie nur die Übungsaufgaben 1, 2, 3 ab.

1. Bestimme den Wert der folgenden Reihe in ihrem Konvergenzintervall: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k+1)(k+2)}{2} x^k$ [3]

Hinweis: Betrachte die Potenzreihe $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{x^k}{2}$.

2. Sei $f : [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = \sqrt{1+x}$.

(a) Bestimme $T^{(3)}f(0, x)$, d.h. das Taylor-Polynom dritter Ordnung von f um Entwicklungspunkt $a = 0$. [2]

(b) Zeige für $|x| \leq \frac{1}{5}$ die Restgliedabschätzung $|R_4(0, x)| < \frac{1}{4} \cdot 10^{-3}$ und berechne damit $\sqrt{10}$ bis auf einen Fehler von 10^{-3} . [2]

3. Bestimme die Taylor-Reihe $Tf(0, x)$ mit Entwicklungspunkt 0 von $f(x) := \frac{1}{1-x-x^2+x^3}$. [3]

Hint: Verwenden Sie die Partialbruchzerlegung.

4. Seien $I = (0, 1)$ und $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ mindestens dreimal stetig differenzierbar in I . Ein Punkt $(x_0, f(x_0))$ an einer Stelle $x_0 \in \mathbb{R}$ mit $f'(x_0) = 0$ heißt Sattelpunkt der Funktion f , falls x_0 keine Extremstelle von f ist.

(a) Sei $a \in I$ mit

$$f'(a) = 0, f''(a) = 0, f'''(a) \neq 0.$$

Man zeige, dass f in a einen Sattelpunkt hat.

(b) Geben Sie ein Beispiel für eine genau dreimal stetig differenzierbare Funktion an, für die die Bedingung $f'''(x_0) \neq 0$ nicht notwendig ist, d.h., auch wenn f in x_0 einen Sattelpunkt hat, gilt $f'''(x_0) \neq 0$.

BEMERKUNG: Dieses Aufgabenblatt ist ein Bonusblatt. Die Korrektur ist nur gewährleistet, falls nach Blatt 11 noch nicht die Hälfte aller Übungspunkte, also 80 Punkte, erreicht sind.

ANKÜNDIGUNGEN:

1. Die **Deadline der Anmeldung für Vorleistung** wird bald kommen, so sollt ihr sich schnell im Hochschuldienstportal anmelden.
2. Die **1. Klausur** findet am 28.07.2018 um 09:15 Uhr in den Hörsälen 2 und 13 statt.
3. Die **Anmeldung zur 1. Klausur** muss bis zum **24.07.** erfolgt sein. Dabei ist zu beachten, dass Anmeldungen zu Prüfungen bindend sind.
4. Relevant für die 1. Klausur ist sämtlicher Stoff aus Vorlesung und Übungsbetrieb bis einschließlich der lokale Extrema. Das Kapitel 0 bezüglich der Mengentheorie wird vorausgesetzt, der Schwerpunkt liegt aber auf den übrigen Kapiteln.
5. Die 2. Klausur findet am 06.10.2018 statt und ist offen, d.h. man muss nicht die 1. Klausur geschrieben haben um an der 2. Klausur teilnehmen zu können.