



## Übungen zur Vorlesung Analysis I – Blatt 12

Abgabe und Besprechung: 8:00-10:00, 20.07.2018, N24 - H14

0. Bitte geben Sie nur die Übungsaufgaben **1, 2, 3** ab.

1. Bestimme den Wert der folgenden Reihe in ihrem Konvergenzintervall:  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k+1)(k+2)}{2} x^k$  [3]

*Hinweis:* Betrachte die Potenzreihe  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{x^k}{2}$ .

2. Sei  $f : [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch  $f(x) = \sqrt{1+x}$ .

(a) Bestimme  $T^{(3)}f(0, x)$ , d.h. das Taylor-Polynom dritter Ordnung von  $f$  um Entwicklungspunkt  $a = 0$ . [2]

(b) Zeige für  $|x| \leq \frac{1}{5}$  die Restgliedabschätzung  $|R_4(0, x)| < \frac{1}{4} \cdot 10^{-3}$  und berechne damit  $\sqrt{10}$  bis auf einen Fehler von  $10^{-3}$ . [2]

3. Bestimme die Taylor-Reihe  $Tf(0, x)$  mit Entwicklungspunkt 0 von  $f(x) := \frac{1}{1-x-x^2+x^3}$ . [3]

*Hint:* Verwenden Sie die Partialbruchzerlegung.

4. Seien  $I = (0, 1)$  und  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  mindestens dreimal stetig differenzierbar in  $I$ . Ein Punkt  $(x_0, f(x_0))$  an einer Stelle  $x_0 \in \mathbb{R}$  mit  $f'(x_0) = 0$  heißt Sattelpunkt der Funktion  $f$ , falls  $x_0$  keine Extremstelle von  $f$  ist.

(a) Sei  $a \in I$  mit

$$f'(a) = 0, f''(a) = 0, f'''(a) \neq 0.$$

Man zeige, dass  $f$  in  $a$  einen Sattelpunkt hat.

(b) Geben Sie ein Beispiel für eine genau dreimal stetig differenzierbare Funktion an, für die die Bedingung  $f'''(x_0) \neq 0$  nicht notwendig ist, d.h., auch wenn  $f$  in  $x_0$  einen Sattelpunkt hat, gilt  $f'''(x_0) \neq 0$ .

**BEMERKUNG:** Dieses Aufgabenblatt ist ein Bonusblatt. Die Korrektur ist nur gewährleistet, falls nach Blatt 11 noch nicht die Hälfte aller Übungspunkte, also 80 Punkte, erreicht sind.

### ANKÜNDIGUNGEN:

- Die **Deadline der Anmeldung für Vorleistung** wird bald kommen, so sollt ihr sich schnell im Hochschuldienstportal anmelden.
- Die **1. Klausur** findet am 28.07.2018 um 09:15 Uhr in den Hörsälen 2 und 13 statt.
- Die **Anmeldung zur 1. Klausur** muss bis zum **24.07.** erfolgt sein. Dabei ist zu beachten, dass Anmeldungen zu Prüfungen bindend sind.
- Relevant für die 1. Klausur ist sämtlicher Stoff aus Vorlesung und Übungsbetrieb bis einschließlich der lokale Extrema. Das Kapitel 0 bezüglich der Mengentheorie wird vorausgesetzt, der Schwerpunkt liegt aber auf den übrigen Kapiteln.
- Die 2. Klausur findet am 06.10.2018 statt und ist offen, d.h. man muss nicht die 1. Klausur geschrieben haben um an der 2. Klausur teilnehmen zu können.