Prof. Dr. Friedmar Schulz
Dr. Kim-Hang Le
WS 2018/2019
Gesamt: 40+10* Punkte

Übungen zur Vorlesung Analysis II – Blatt 14

Abgabe und Besprechung: 14:00-16:00, 07.02.2019, N24 - H15

1. Gegeben sei die Funktion $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f(x,y,z) = z^3 + 2xy - 4xz + 2y - 1$. [10]
   (a) Zeigen Sie, dass die Gleichung $f(x,y,z) = 0$ in einer Umgebung von $(1,1,1)$ nach z aufgelöst werden kann.
   (b) Berechnen Sie für die dadurch implizit definierte Funktion $g(x,y)$ die total Ableitung $Dg(x,y)$.
2. Betrachten Sie die Gleichungen $x^2 + y^2 - u^2 + v^2 = 0$ und $x^2 + 2y^2 - 3u^2 + 4v^2 = 1$. [10]
   (a) Beweisen Sie: Durch diese Gleichungen werden in einer Umgebung des Punktes $(0,0)$ zwei C^1-Funktionen $u(x,t)$ und $v(x,t)$ implizit definiert mit $u(0,0) = v(0,0) = 1$.
   (b) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen erster Ordnung dieser Funktionen in $(0,0)$.
3. Bestimmen Sie: [10]
   (a) die lokalen Extrema von $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f(x,y,z) := 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2$,
   (b) die globalen Extrema von $g:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $g(x,y,z) := 5x + y - 3z$ auf der Menge $K = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0, x^2 + y^2 + z^2 = 1 \right\}$.
4. Folgere den Satz über inverse Abbildungen aus dem Satz über implizite Funktionen. [10]
5. Lege durch den Punkt $(a,b,c) \in (\mathbb{R}^+)^3$ die Ebene, welche mit den Koordinatenebenen das Tetraeder kleinsten Volumens bildet. [10*]

   Hinweis: Dabei darf verwendet werden, dass es zu einer solchen Ebene $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}^+$ gibt, sodass jeder Punkt (x,y,z) auf der Ebene die Gleichung $\alpha x + \beta y + \gamma z = 1$ erfüllt, und dass das Volumen des Tetraeders, das diese mit den Koordinatenebenen bildet, durch $V = \dfrac{1}{6\alpha\beta\gamma}$ gegeben ist.

ANKÜNDIGUNGEN:

1. Die **Probeklausur** findet am 11.02.2019 um 08:00 im Hörsaal N24-H12 statt (d.h. in der gewohnte Vorlesungszeit). Die Teilnahme an der Probeklausur ist freiwillig. Wir werden in der letzte Übung (14.02.) einige Aufgaben der Probeklausur auflösen.
2. Für den Leistungsnachweis sind 280 punkte Voraussetzung (50% der gesamten Übungspunkte aller Übungsblättern 1-14). Sie sollten sich bald im Hochschuldiensteportal für Vorleistung anmelden, wenn Sie die Voraussetzung schon erreichen!
3. Die **Anmeldung zur 1. Klausur** (**09:15-11:15, 09.03.2019**) muss bis zum **05.03.** erfolgt sein. Dabei ist zu beachten, dass Anmeldungen zu Prüfungen bindend sind.
4. Relevant für die Klausuren ist sämtlicher Stoff aus Vorlesung und Übungsbetrieb bis einschließlich der Extrema mit Nebenbedingungen.
5. Die **2. Klausur** findet am **18.04.2019** statt und ist offen, d.h. man muss nicht die 1. Klausur geschrieben haben um an der 2. Klausur teilnehmen zu können.