

Übungen zur Vorlesung Analysis II – Blatt 1

Abgabe und Besprechung: 14:00-16:00, 25.10.2018, N24 - H15

(Bitte geben Sie nur die Übungsaufgaben 1a, 2a-b, 3a-b, 4, 5a-b).

1. Zeige:

(a) $\cos(\arcsin x) = \sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2}$ für alle $x \in \mathbb{R}$, $|x| \leq 1$, [4]

(b) $2 \arctan x = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ für alle $x \in \mathbb{R}$, $|x| < 1$.

2. Man bestimme durch partielle Integration Stammfunktionen zu [4+5]

(a) $\arctan x$ für $|x| < 1$, (b) $e^{-x} \cos(5x)$ (c) $\frac{x}{\sin^2 x}$ für $x \neq k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

3. Finde jeweils eine geeignete Substitution und bestimme eine Stammfunktion zu

(a) $\frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$ für $|x| < 1$, (b) $x^2 \sqrt{a^2-x^2}$ für $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$, $|x| < a$. [5+5]

(c) $\frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$ für $x > \frac{2}{\pi}$, (d) $\frac{1}{x \log x \cdot \log(\log x)}$ für $x > 1$, $x \neq e$.

4. Sei $P(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$ ein Polynom vom Grad n und sei $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. [3+3+2]

(a) Man zeige, dass es ein Polynom $Q(x) = \sum_{k=0}^n b_k x^k$ vom Grad n gibt mit

$$\int P(x)e^{ax} dx = Q(x)e^{ax} \text{ für alle } x \in \mathbb{R}.$$

(b) Man bestimme eine Rekursionsformel zur Berechnung der b_k aus den a_k .

(c) Hieraus berechne man das Integral

$$\int (13x^4 + 5x - 3)e^{2x} dx.$$

5. Man bestimme Stammfunktionen zu

(a) $\frac{x^6 + 1}{x^4 - x^2 - 2x + 2}$ für $x \neq 1$, (b) $\frac{x + \sqrt{1+x^2}}{x - \sqrt{1+x^2}}$, [5+4]

(c) $\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$ für $|x| < 1$, $x \neq 0$, *Hinweis:* Integral (b) ist vom Typ 1 (vgl. Seite 270)

BEMERKUNGEN:

1. Die Übungen finden erst ab dem 25.10. statt und dieses Übungsblatt wird vor den Übungen am 25.10. eingesammelt (14:00-14:15).

2. Die Übungsblätter sind einzeln abzugeben.

3. Falls man mehrere Blätter abgibt, sind diese zusammenzuheften.