Prof. Dr. Anna Dall'Acqua
Fabian Rupp
Sommersemester 2019
Punktzahl: 10

Übungen Elementare Differentialgeometrie: Blatt 9

33.* Sei $\mathbb{S}^2 \subset \mathbb{R}^3$ die Sphäre mit Radius 1 und $p \in \mathbb{S}^2$. Zeigen Sie, dass dann $T_p\mathbb{S}^2 = p^\perp$ gilt. (10)

34.* Seien $a > 0$, $f\colon [0,a] \to \mathbb{R}$ glatt mit $f(x) > 0$ für alle $x \in (0,a)$ und S die zugehörige *Rotationsfläche* (vgl. Aufgaben 27 und 31). (10)

(a)* Berechnen Sie die zweite Fundamentalform II von S in den lokalen Koordinaten

$$(\varphi, x) \mapsto (x, f(x)\cos\varphi, f(x)\sin\varphi)^T.$$

(b)* Bestimmen Sie II und die Weingartenabbildung in diesen lokalen Koordinaten, falls

(i) S das *Katenoid* ist, d.h. a, f, b wie in Aufgabe 31 (b).

(ii) S der *Zylinder ist, d.h.* $a > 0$ und $f \equiv r$ für ein $r > 0$.

35. Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ offen, $u\colon \Omega \to \mathbb{R}$ glatt. Wir betrachten den Graphen

$$S := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = u(x,y)\}.$$

Nach Bemerkung 2.2 ist S eine reguläre Fläche.

(a) Zeigen Sie, dass S orientierbar ist.

(b) Berechnen Sie die erste und zweite Fundamentalform von S in der lokalen Karte

$$(x,y) \mapsto (x, y, u(x,y))^T.$$