Universität Ulm

Abgabe: Mittwoch, 24.07.2019

Prof. Dr. Anna Dall'Acqua
Fabian Rupp
Sommersemester 2019
Punktzahl: 10

Übungen Elementare Differentialgeometrie: Blatt 11

- Dieses Blatt ist ein Bonusblatt. Wer noch nicht die für die Vorleistung benötigten **50 Übungspunkte** gesammelt hat kann es bis **Mittwoch, 24.07.2019 um 16:00 Uhr** bei Fabian Rupp abgeben.
- Sie können selbst genau eine (1) Aufgabe auswählen, die dann korrigiert wird. Bitte machen Sie diese auf Ihrer Abgabe eindeutig kenntlich.
- Bitte melden Sie sich im Hochschulportal für die Vorleistung an.

39.* Zeigen Sie, dass die Ebene $E := \mathbb{R}^2 \times \{0\}$ und der Zylinder $Z := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y^2 + z^2 = 1\}$ aus Aufgabe 37 *lokal isometrisch* sind, d.h. es eine lokale Isometrie $f\colon E \to Z$ gibt. (10)

40.* Seien $S_1, S_2 \subset \mathbb{R}^3$ reguläre Flächen und $f\colon S_1 \to S_2$ eine lokale Isometrie. Sei $p \in S_1$ und (U, F, V) eine lokale Parametrisierung von S_1 in p, sodass (10)

$$f|_{V\cap S_1}\colon V \cap S_1 \to f(V \cap S_1)$$

ein lokaler Diffeomorphismus ist. Man kann zeigen, dass dann $\tilde{F} := f \circ F$ eine lokale Parametrisierung von S_2 in $f(p)$ ist. Zeigen Sie, dass in diesen lokalen Koordinaten gilt

$$(\tilde{g}_{ij})_{i,j}\,(f(p)) = (g_{ij})_{i,j}\,(p).$$

41.* Sei $S \subset \mathbb{R}^3$ eine reguläre Fläche, $c\colon I \to S$ eine parametrisierte Kurve, $f\colon I \to \mathbb{R}$ eine glatte Funktion, $x, y\colon I \to \mathbb{R}^3$ glatte Vektorfelder auf S längs c. Zeigen Sie (10)

(i) $\frac{\nabla}{\mathrm{d}t}(x(t) + y(t)) = \frac{\nabla}{\mathrm{d}t}x(t) + \frac{\nabla}{\mathrm{d}t}y(t)$,

(ii) $\frac{\nabla}{\mathrm{d}t}(f(t)x(t)) = f(t)\frac{\nabla}{\mathrm{d}t}x(t) + \dot{f}(t)x(t)$,

(iii) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}g_{c(t)}(x(t), y(t)) = g_{c(t)}(\frac{\nabla}{\mathrm{d}t}x(t), y(t)) + g_{c(t)}(x(t), \frac{\nabla}{\mathrm{d}t}y(t))$.

Hinweis: Die Rechnungen sollten nicht zu lang werden.