Bachelor-Seminar "Fourier-Analysis"

Das Seminar beschäftigt sich mit den Grundlagen der Fourier-Analysis und einigen Anwendungen. Die Fourier-Analysis wurde von Fourier entwickelt um das Wärmeleitungsproblem zu untersuchen. Eine sogenannte Fourier-Reihe ist für periodische Funktionen definiert und ist die Entwicklung dieser Funktionen nach dem Funktionensystem $\cos(kx), \sin(kx)$, für $k \in \mathbb{N}$. Im Unterschied zu den Taylor-Reihen können durch Fourier-Reihen auch periodische Funktionen dargestellt werden, die nur stückweise stetig differenzierbar sind und deren Ableitungen Sprungstellen haben.

Am Anfang werden wir uns mit der Definition und Eindeutigkeit der Fourier-Reihen beschäftigen. Um die Konvergenz von Fourier-Reihen zu untersuchen, werden wir zuerst die Konzepte von Faltungskernen, Cesaro- und Abelsummierbarkeit betrachten. Als Anwendung dieser Theorie werden wir das Poisson-Problem untersuchen, die Isoperimetrische Ungleichung beweisen und eine stetige aber nirgends differenzierbare Funktion konstruieren.

Im letzten Teil des Seminars wenden wir uns der Untersuchung der Fourier-Transformation zu, der kontinuerlichen Version der Fourier-Reihen. Nach der Definition, der Invertierbarkeit und ersten Eigenschaften werden wir die Theorie auf das Wärmeleitungsproblem anwenden und die Heisenbergsche Unschärferelation zeigen.

Ich freue mich auf interessierte Studenten! Für Fragen oder Anmeldung melden Sie sich bitte per e-mail bei Anna Dall'Acqua:

acqua@mis.mpg.de .

Programm

1. Die Wellengleichung.
2. Definition und Eindeutigkeit der Fourier-Reihen.
3. Faltungskerne.

4.+5. Cesaro- und Abelsummierbarkeit. Das Dirichlet-Problem in der Kreisscheibe.

6. Konvergenz von Fourier-Reihen.
7. Eine stetige periodische Funktion mit Fourier-Reihe, die in einem Punkt divergiert.
8. Die Isoperimetrische Ungleichung.
9. Eine stetige aber nirgends differenzierbare Funktion.

10.+11. Die Fourier-Transformation, deren Inverse und der Weierstraßsche Approximationssatz.

12. Anwendung auf die Wärmeleitungsgleichung. Die Heisenbergsche Unschärferelation.

Literatur

E.M. Stein, R. Shakarchi, Fourier Analyis: An introduction. Princeton University Press, 2003.
J.S. Walker, Fourier Analysis, Oxford University Press.
W. Walter, Analysis 2, Springer-Verlag.