



---

## Übungen zur Vorlesung Geometrie

---

Blatt 05

1. Zeige, dass in einer Hilbertebene folgende Aussagen äquivalent zum Parallelenaxiom (P) sind:
  - (i) Euklids fünftes Postulat. (3)
  - (ii) Der Wechselwinkelsatz. (2)
  - (iii) Schneidet eine Gerade eine von zwei anderen, parallelen Geraden, dann schneidet sie auch die andere. (3)
  
2. Es sei  $E$  eine Hilbertebene, welche das Parallelenaxiom erfüllt. Zeige den Satz des Thales: (3)  
Ist die Ecke eines Dreiecks vom Mittelpunkt der gegenüberliegenden Strecke ebenso weit entfernt wie einer der beiden anderen Punkte, so ist der Innenwinkel an dieser Ecke ein rechter.
  
3. Beweise Satz 2.9, also:
  - (i) Ist  $\vartheta \in (0, 2\pi)$  und  $a \in \mathbb{R}^2$ , so beschreibt  $T_a \circ R_\vartheta$  eine Drehung um den Punkt  $-(R_\vartheta - \text{Id})^{-1}a$  mit dem Drehwinkel  $\vartheta$ . (3)
  - (ii) Ist  $\vartheta \in [0, 2\pi)$  und  $g$  eine Gerade, welche mit der  $x$ -Achse den Winkel  $\frac{\vartheta}{2}$  einschliesst. (3)  
Sei  $h$  die orthogonale Gerade zu  $g$  durch den Nullpunkt  $(0, 0)$  und  $\{a\} := g \cap h$ .  
Dann beschreibt  $T_{2a} \circ S_\vartheta$  die Spiegelung an der Geraden  $g$ .
  
4. Zeige, dass eine Ähnlichkeitsabbildung bereits die Identität ist, falls sie drei Fixpunkte in allgemeiner Lage besitzt. (3)

**Achtung:** Bitte beachtet: es tauschen Vorlesung und Übung am Mo, 8.6. mit Di., 16.6. sowie am 22.6. mit dem 23.6., d.h.

- 08.6. - Vorlesung und Abgabe von Blatt 6
- 09.6. - Vorlesung
- 11.6. - Vorlesung
- 15.6. - Übung (Besprechung von Blatt 6)
- 16.6. - Übung (Abgabe und Besprechung Blatt 7)
- 18.6. - Vorlesung
- 22.6. - Vorlesung
- 23.6. - Übung (Abgabe und Besprechung von Blatt 8)