Prof. Dr. A. Dall'Acqua
A. Spener
SoSe 15

20 Punkte

Übungen zur Vorlesung Geometrie

Blatt 06

1. Es sei $r > 1$. Betrachte die Geraden $l = g_0$, $m = g_{1,2}$ und $n_r = g_{0,r}$, wobei die Geraden wie in Definition 3.2 bezeichnet werden. (4)
Bestimme die Schnittpunkte der Geraden l, m und n_r. Für welche Werte von r sind m und n_r parallel?

2. (i) Es sei $z = 1 + i$, $z' = 1 + \frac{1}{2}i$. Bestimme explizit ein $M \in SL(2, \mathbb{R})$ mit (5)

$$\varphi_M(z) = i, \;\; \operatorname{Re}\varphi_M(z') = 0 \text{ und } \operatorname{Im}\varphi_M(z') > 1.$$

(ii) Führe das Gleiche mit $z = 1 + i$, $z'' = 1 + \frac{3}{2}i$ durch. Gilt $(z, z') \cong (z, z'')$ bezüglich der Kongruenz in $\mathbb{H}$, sind die beiden Strecken also gleich lang? (4)

3. Zeige Lemma 3.5 c), also: Sind $A, B \in GL(2, \mathbb{C})$, so gilt für alle $z \in \mathbb{C}$, für die beide Ausdrücke definiert sind: (3)

$$\varphi_{AB}(z) = \varphi_A \circ \varphi_B(z).$$

4. (i) Zeige Lemma 3.9 c), also: Ist $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ aus $SL(2, \mathbb{R})$, so ist $\varphi_{A'}(-\bar{z}) = -\overline{\varphi_A(z)}$ für $A' = \begin{pmatrix} a & -b \\ -c & d \end{pmatrix}$. (1)

(ii) Es sei $\sigma \colon \mathbb{H} \to \mathbb{H}$, $z \mapsto -\bar{z}$ die Spiegelung an der imaginären Achse. Zeige, dass für alle z_1, z_2 aus $\mathbb{H}$ die Strecken z_1z_2 und $\sigma(z_1)\sigma(z_2)$ in der hyperbolischen Geometrie kongruent sind. (3)

Achtung: Bitte beachtet: es tauschen Vorlesung und Übung am Mo, 8.6. mit Di., 16.6. sowie am 22.6. mit dem 23.6., d.h.

- 08.6. - Vorlesung und Abgabe von Blatt 6
- 09.6. - Vorlesung
- 11.6. - Vorlesung
- 15.6. - Übung (Besprechung von Blatt 6)
- 16.6. - Übung (Abgabe und Besprechung Blatt 7)
- 18.6. - Vorlesung
- 22.6. - Vorlesung
- 23.6. - Übung (Abgabe und Besprechung von Blatt 8)