Übungen zur Vorlesung Analysis I

Blatt 01

0. Melde dich im Moodle (`moodle.uni-ulm.de`) für diese Veranstaltung an und wähle bis Freitag Mittag deine präferierten Tutorien aus.
Zum Bestehen der Vorleistung ist das Erreichen von 50% der Summe aller Punkte auf den Übungsblättern hinreichend. Nur mit bestandener Vorleistung darf die Klausur mitschreiben werden. Das Übungsblatt bitte zu zweit bearbeiten und vor der Übung abgeben. Alle von dir getroffenen Aussagen müssen bewiesen werden.
Die mit einem * gekennzeichneten Aufgaben geben Bonuspunkte.

1. Es seien A und B Aussagen. Zeige mit Hilfe von Wahrheitstafeln:

(i) $A \wedge B \Rightarrow A$ (1)

(ii) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ (2)

2. (i) Stelle folgende Mengen in möglichst einfacher Form dar:

(a) $A = \{n \in \mathbb{N} : n^3 \text{ ist ungerade}\}$ (3)

(b) $B = \{n \in \mathbb{N} : 2n + 1 \text{ ist gerade}\}$ (2)

(c) $A \cup B$, $A \cap B$, $\mathcal{P}(B)$ (1)

Hierbei bezeichne $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ die Menge der natürlichen Zahlen.

(ii) Es seien $A, B \subset X$ Mengen. Zeige: $A \subset B \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow A \cap B = A$. (3)

3. Es sei X eine Menge und $I \neq \emptyset$ eine Indexmenge, sowie $Y \subset X$ und $X_i \subset X \, \forall i \in I$. Zeige:

(i) $Y \cap \left(\bigcup_{i \in I} X_i \right) = \bigcup_{i \in I} (Y \cap X_i)$ (2)

(ii) $Y \setminus \bigcup_{i \in I} X_i = \bigcap_{i \in I} (Y \setminus X_i)$ (2)

4. Es sei $f \colon X \to Y$, $g \colon Y \to Z$. Zeige:

(i) Ist f und g injektiv bzw. surjektiv bzw. bijektiv, dann auch $g \circ f$. (2)

(ii) Ist $g \circ f \colon X \to Z$ injektiv, dann ist auch f injektiv. (1)

(iii) Ist $g \circ f \colon X \to Z$ surjektiv, dann ist auch g surjektiv. (1)

5. Es sei X eine Menge. Beweise: Es existiert keine surjektive Abbildung von X in seine Potenzmenge $\mathcal{P}(X)$. (4^*)

Hinweis: Verwende Beispiel 1.2.1.