



# UNIVERSITÄT ULM

Abgabe und Besprechung:

3.11.16, 14 Uhr

H22

Prof. Dr. A. Dall'Acqua A. Spener WS 16/17
20+3* Punkte

## Übungen zur Vorlesung Analysis I

Blatt 02

6. Es sei  $f: X \rightarrow Y$  eine Abbildung und  $A, B \subset X$ . Zeige:

(i)  $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ . (2)

(ii)  $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$ . (1)

(iii) Gib ein Beispiel an, für das in (ii) keine Gleichheit vorliegt. (2)

7. Wir beweisen Teile vom **Satz 2.1.6**. Die vorausgehenden Teile des Satzes, die noch nicht in der Vorlesung bewiesen wurden, dürfen verwendet werden.

Es sei  $(K, +, \cdot)$  ein Körper und  $a, b, c, d \in K$ . Zeige:

(i)  $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$ ,  $a, b \neq 0$ . (1)

(ii)  $a \cdot (-b) = -(ab)$ . (1)

(iii)  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ ,  $b, d \neq 0$ . (2)

8. Wir beweisen Teile vom **Satz 2.2.4**. Die vorausgehenden Teile des Satzes, die noch nicht in der Vorlesung bewiesen wurden, dürfen wieder verwendet werden.

Es sei  $(K, +, \cdot, P)$  ein total angeordneter Körper,  $a, b \in K$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ . Zeige:

(i)  $a^{-1} > 0$ . (1)

(ii)  $a > b \Leftrightarrow b^{-1} > a^{-1}$ . (2)

(iii)  $a \leq b \Leftrightarrow a^2 \leq b^2$ . (2)

(iv)  $ab \leq \frac{a^2+b^2}{2}$ . (2)

9. Es sei  $(K, +, \cdot, P)$  ein total angeordneter Körper und  $a, b, c, d \in K$ . Zeige:

(i)  $|a + b| \geq ||a| - |b||$ . (2)

(ii)  $||a - b| - |c - d|| \leq |a - c| + |b - d|$ . (2)

10. Es seien  $f: X \rightarrow Y$ ,  $g: Y \rightarrow Z$ ,  $h: Z \rightarrow X$  Abbildungen, und  $h \circ g \circ f$  und  $g \circ f \circ h$  seien injektiv, und  $f \circ h \circ g$  sei surjektiv. Zeige, dass  $f, g$  und  $h$  bijektiv sind. (3\*)

**Achtung:** Nächster Dienstag (1.11.) ist Feiertag. Das Mathlab fällt aus, für die Tutorien gibt es folgende Ersatztermine:

- Bastian Schneider: Mittwoch, 8-10 Uhr, O28/2003
- Jannis Pickenhain: Mittwoch, 12-14 Uhr, O28/2003
- Fabian Rupp: Mittwoch, 18-20 Uhr, O28/2001

Die Übungsblätter sowie aktuelle Informationen sind unter folgender Adresse verfügbar:

<http://www.uni-ulm.de/?81693>