



UNIVERSITÄT ULM

Abgabe und Besprechung:

3.11.16, 14 Uhr

H22

Prof. Dr. A. Dall'Acqua A. Spener WS 16/17
20+3* Punkte

Übungen zur Vorlesung Analysis I

Blatt 02

6. Es sei $f: X \rightarrow Y$ eine Abbildung und $A, B \subset X$. Zeige:

(i) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$. (2)

(ii) $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$. (1)

(iii) Gib ein Beispiel an, für das in (ii) keine Gleichheit vorliegt. (2)

7. Wir beweisen Teile vom **Satz 2.1.6**. Die vorausgehenden Teile des Satzes, die noch nicht in der Vorlesung bewiesen wurden, dürfen verwendet werden.

Es sei $(K, +, \cdot)$ ein Körper und $a, b, c, d \in K$. Zeige:

(i) $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$, $a, b \neq 0$. (1)

(ii) $a \cdot (-b) = -(ab)$. (1)

(iii) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$, $b, d \neq 0$. (2)

8. Wir beweisen Teile vom **Satz 2.2.4**. Die vorausgehenden Teile des Satzes, die noch nicht in der Vorlesung bewiesen wurden, dürfen wieder verwendet werden.

Es sei $(K, +, \cdot, P)$ ein total angeordneter Körper, $a, b \in K$, $a > 0$, $b > 0$. Zeige:

(i) $a^{-1} > 0$. (1)

(ii) $a > b \Leftrightarrow b^{-1} > a^{-1}$. (2)

(iii) $a \leq b \Leftrightarrow a^2 \leq b^2$. (2)

(iv) $ab \leq \frac{a^2+b^2}{2}$. (2)

9. Es sei $(K, +, \cdot, P)$ ein total angeordneter Körper und $a, b, c, d \in K$. Zeige:

(i) $|a + b| \geq ||a| - |b||$. (2)

(ii) $||a - b| - |c - d|| \leq |a - c| + |b - d|$. (2)

10. Es seien $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$, $h: Z \rightarrow X$ Abbildungen, und $h \circ g \circ f$ und $g \circ f \circ h$ seien injektiv, und $f \circ h \circ g$ sei surjektiv. Zeige, dass f, g und h bijektiv sind. (3*)

Achtung: Nächster Dienstag (1.11.) ist Feiertag. Das Mathlab fällt aus, für die Tutorien gibt es folgende Ersatztermine:

- Bastian Schneider: Mittwoch, 8-10 Uhr, O28/2003
- Jannis Pickenhain: Mittwoch, 12-14 Uhr, O28/2003
- Fabian Rupp: Mittwoch, 18-20 Uhr, O28/2001

Die Übungsblätter sowie aktuelle Informationen sind unter folgender Adresse verfügbar:

<http://www.uni-ulm.de/?81693>