

Seminar: Kurven und Flächen

July 13, 2016

Abstract

Im Wintersemester 2016/17 bietet Prof. Dr. Anna Dall'Acqua zusammen mit Kim Hang und Adrian Spener ein Seminar zum Thema Kurven und Flächen an.

1 Vortragsthemen

1.1 Ebene Kurven I: Einführung

Einführung ebene Kurven, Definition von (parametrisierter) Kurve, Länge, Bogenlänge von Raumkurven ([Bär01, 2.1]. Definition der Umlaufzahl einer Kurve (anschaulich und mathematisch) Literatur: [Bär01, 2.]

1.2 Ebene Kurven II: Umlaufzahl und Krümmung ebener Kurven

Beweis von [Bär01, Satz 2.2.9], der besagt, dass die Umlaufzahl im wesentlichen dem Integral der Krümmung entspricht. Schließlich kann der Umlaufsatz [Bär01, 2.2.10] gezeigt werden (Liftungslemma muss nicht gezeigt werden).
Literatur: [Bär01, 2.2]

1.3 Ebene Kurven III: Der Vierscheitelsatz

Definition konvexer ebener Kurven [Bär01, 2.2.13] und Äquivalenz, danach Beweis des Vierscheitelsatzes [Bär01, 2.2.17]: Jede periodische, konvexe Kurve hat mindestens vier Scheitel (die angewandten Lemmata [Bär01, 2.2.18] und [Bär01, 2.2.19] müssen nicht gezeigt werden).
Literatur: [Bär01, 2.2], [dC92, 1.7 B], [Küh08, 2F]

1.4 Ebene Kurven IV: Die Isoperimetrische Ungleichung

Gibt die Lösung für das geometrische Optimierungsproblem, den Inhalt einer Menge bei vorgegebener Länge des Randes zu maximieren ([Bär01, Satz 2.2.20]). Braucht ein wenig Resultate der Fourieranalysis und den Satz von Gauß, welche aber zitiert werden dürfen.
Literatur: [Bär01, 2.2], [dC92, 1.7 A]

1.5 Raumkurven I: Einführung

Einführung, Krümmung, Torsion, Dreibein, Frenet-Gleichungen, Hauptsatz über Raumkurven [Bär01, 2.3], [Küh08, 2], [dC92, 1].

1.6 Raumkurven II: Satz von Fenchel

In diesem Vortrag soll gezeigt werden, dass für jede einfach geschlossene Raumkurve das Integral über die Krümmung stets größer gleich 2π ist. Darüber hinaus gilt Gleichheit genau dann, wenn die Kurve eben und konvex ist. Die Approximationseigenschaft [Bär01, 2.3.13] muss nicht gezeigt werden. Wichtige Teile des zentralen Beweises von [Bär01, 2.3.16] sollen aber bearbeitet werden.

Literatur: [Bär01, 2.3.18][Küh08, 2F]

1.7 Raumkurven III: Knotentheorie im Raum

Nach der Definition einer verknoteten Raumkurve kann der Satz von Fáry-Milnor bewiesen werden: Die Totalkrümmung jedes Knoten ist nach unten durch 4π beschränkt. Benötigt einige Konzepte von obigem Vortrag, die aber auch kurz zitiert werden können.

Literatur: [Bär01, 2.3.21]

1.8 Flächentheorie:

Mögliche Themen:

1. Einführung und Beispiele von Flächen [Bär01, 3.1]. [dC92, 2.1 - 2.3], Tangentialraum und erste Fundamentalform [Bär01, 3.2, 3.3], [dC92, 2.4,2.5]
2. Orientierbarkeit und zweite Fundamentalform[Bär01, 3.4], [Bär01, 3.5], [dC92, 3.1-3.3], Mittlere-und Gaußkrümmung [Bär01, 3.6]
3. Regel-, und Drehflächen [Bär01, 3.8.1,3.8.3],[dC92, 3.5], Minimalflächen [Bär01, 3.8.2] [dC92, 3.5]
4. Kartographie: Die Stereographische Projektion und andere Karten der Erdoberfläche [Bär01, 4.10], [Lüt08, 6.5]

1.9 Introduction to Fractal geometry

1. Motivation of fractal geometry and some examples of fractals to explain a little about their characteristics (illustrated in figure), for example: the middle third Cantor set, the von Koch curve, the Sierpiński triangle, Peano curve... Definition of Hausdorff measure and dimension and some elementary properties (normalization, monotonicity, stability, geometric invariance under bi-Lipschitz or similarity functions). Give some simple examples on calculating Hausdorff dimension.
2. Definition of iterated function systems. The unique existence result for a compact set under an iterated function system and definition of self-similar sets. Calculation of self-similar sets' dimensions (Theorem 9.3 in [Fal97] and give an example).

Literatur: [Fal97], [Man83], [Mat95]

2 Allgemeine Informationen und Organisation

Das Seminar wird wöchentlich stattfinden, ein Termin wird mit allen Teilnehmern zu Semesterbeginn vereinbart.

2.1 Voraussetzung und Scheinkriterien

Das Seminar richtet sich an Lehramt-, Bachelor- und Masterstudenten aus Mathe, WiMa oder MaBi mit einem Interesse an Geometrie und Analysis.

Neben einem Vortrag über 90 Minuten soll zum erfolgreichen Absolvieren des Seminars auch eine schriftliche Ausarbeitung des Themas auf ca. 2-3 Seiten (\LaTeX) erfolgen (vom Modulhandbuch vorgeschrieben).

Der Vortrag darf auf deutsch stattfinden, die Betreuung findet teilweise auf englisch statt.

Achtung: Die Ausarbeitung muss drei Wochen vorher in einer vorläufigen Version den Betreuern vorgelegt werden.

2.2 Anmeldung

Teilnehmer melden sich bitte per Mail (adrian.spener@uni-ulm.de oder nguyen.le@uni-ulm.de) und erscheinen beim **Treffen am ???.2016 um ?? im Raum ??**.

2.3 Sonstiges

Die Homepage zur Veranstaltung lautet <http://www.uni-ulm.de/?79436>.

Die meisten Themen eignen sich auch für eine Vertiefung im Rahmen einer Abschlussarbeit, wenn ein solcher Wunsch besteht am besten vorher mit den Betreuern absprechen.

Hilfestellung bei der Vorbereitung eines Seminarvortrags liefern die Seite <http://www.mathematik.uni-mainz.de/Members/lehn/le/seminarvortrag> und natürlich die Betreuer.

References

- [Bär01] Christian Bär. *Elementare Differentialgeometrie*. De Gruyter, 2001.
- [dC92] Manfredo P. do Carmo. *Differentialgeometrie von Kurven und Flächen*, volume 55 of *Zweite Auflage. Vieweg Studium: Aufbaukurs Mathematik [Vieweg Studies: Mathematics Course]*. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1992. Translated from the English by Michael Grüter.
- [Fal97] K.J. Falconer. *Fractal Geometry - Mathematical Foundations and Applications*. John Wiley, 1997.
- [Küh08] Wolfgang Kühnel. *Differentialgeometrie*. Vieweg Studium: Aufbaukurs Mathematik. [Vieweg Studies: Mathematics Course]. Vieweg, Wiesbaden, fourth edition, 2008. Kurven—Flächen—Mannigfaltigkeiten. [Curves—surfaces—manifolds].

- [Lüt08] Werner Lütkebohmert. Geometrie, WS 07/08.
- [Man83] B. Mandelbrot. *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman, 1983.
- [Mat95] P. Mattila. *Fractal Geometry - Mathematical Foundations and Applications*. Cambridge University Press, 1995.