

Analysis I

# 1. Übungsblatt

Abgabe: Freitag, 27. April 2012, 9:00 Uhr im H14 in der Vorlesung

**1. Aufgabe** (2+3+2+3=10 Punkte)

Es seien  $P, Q, R$  Aussagen. Bestimmen Sie die Wahrheitstabelle (mit Zwischenschritten) für folgende Aussagen :

- (a)  $\neg(P \vee Q)$
- (b)  $\neg((P \wedge Q) \vee R)$
- (c)  $(P \vee Q) \wedge Q$
- (d)  $(P \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow P$

**2. Aufgabe** (4+4=8 Punkte)

Es seien  $X, Y$  Mengen. Man beweise

- (a)  $X \cup Y = Y \Leftrightarrow X \subset Y$
- (b)  $X \cap Y = Y \Leftrightarrow Y \subset X$

**3. Aufgabe** (7+4=11 Punkte)

Seien  $A, B$  Teilmengen der natürlichen Zahlen  $\mathbb{N}$ .

- (i) Man formuliere (in Worten) die Negation der folgenden Aussagen:
  - (a) Jedes Element  $a \in A$  ist eine ungerade Zahl.
  - (b) Jedes Element  $a \in A$  ist durch 4 oder durch 5 teilbar.
  - (c) Jedes Element  $a \in A$  ist größer als 100 und kleiner als 1000.
  - (d) Es gibt ein Element  $a \in A$ , dessen Quadrat kleiner als dessen Dreifaches ist.
  - (e) Ist  $a \in A$ , so gilt  $2a \in B$ .
  - (f) Es gibt ein  $a \in A$ , so dass für alle  $b \in B$  die Beziehung  $-5 \leq a - b \leq 5$  gilt.
  - (g) Für alle  $b \in B$  gibt es ein  $a \in A$ , so dass  $-5 \leq a - b \leq 5$  gilt.
- (ii) Welche Implikationen gelten zwischen den Aussagen (f) und (g)? Falls eine Implikation gilt, beweisen Sie diese. Falls eine Implikation nicht gilt, zeigen Sie deren Nichtgültigkeit durch Angabe eines Gegenbeispiels.

**4. Aufgabe** (4+4+2=10 Punkte)

Seien  $M := \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  und  $R := \{(4, 1), (4, 4), (5, 5), (3, 6), (1, 5), (3, 3), (5, 4), (1, 1), (6, 6)\}$ .

- (a) Überprüfen Sie, ob die Relation  $R$  auf  $M$  reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, transitiv ist.
- (b) Welche Elemente aus  $M \times M$  müssen  $R$  mindestens hinzugefügt werden, um insgesamt eine Äquivalenzrelation zu erhalten? Wie sehen dann die Äquivalenzklassen aus?
- (c) Lässt sich  $R$  durch das Hinzufügen von Elementen aus  $M \times M$  zu einer Halbordnung machen?