

Elementare Differentialgeometrie 6. Übungsblatt

1. Aufgabe * (5+5+5=15 Punkte)

Sei $c : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ eine nach der Bogenlänge parametrisierte Raumkurve mit Krümmung $\kappa(t) > 0$. Seien

$$e_1(t) = \dot{c}(t), \quad e_2(t) = \frac{\ddot{c}(t)}{|\ddot{c}(t)|} \quad \text{und} \quad e_3(t) = e_1(t) \times e_2(t).$$

Mit der Notation der Vorlesung ist $e_1 = v$, $e_2 = n$ und $e_3 = b$.

- (a) Zeigen Sie, dass die Frenet-Gleichungen für eine Raumkurve äquivalent sind zu den *Darboux-Gleichungen* $\dot{e}_i = D \times e_i$, $i = 1, 2, 3$, wobei $D = \tau e_1 + \kappa e_3$ der Darboux'sche Drehvektor ist.
- (b) Zeigen Sie, dass c eine Schraubenlinie genau dann ist, wenn D konstant ist.
- (c) Man bestimme den Darboux'schen Drehvektor für die Schraubenlinie $c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, $c(t) := (r \cos t, r \sin t, ht)^T$, wobei $r > 0$ und $h \in \mathbb{R}$ Konstanten sind.

Ihre Lösungen der mit einem Stern versehenen Aufgabe geben Sie bitte am Donnerstag, den 06.06.2013 in der Übung ab.