Serie 3, Aufgabe 2 (a).

Für den Fall, daß bei $f(x) \cdot g(x)$ der Fall $0 \cdot \infty$ oder $\infty \cdot 0$ vorliegt, setzen wir dort

(K) $f(x) \cdot g(x) := 0$.

Wir definieren wieder für $n \in \mathbb{N}$, $x \in D$

$$f_n(x) := \min\{\max\{f, -n\}, n\}$$

$$g_n(x) := \min\{\max\{g, -n\}, n\}$$

Nach Konstruktion sind f_n, g_n endlich f.a. $n \in \mathbb{N}$ und somit $f_n \cdot g_n$ meßbar f.a. $n \in \mathbb{N}$ nach Satz 2.1.6. Nach der Konvention (K) ist somit (nach den Grenzwertregeln der Analysis 1)

$$fg = \lim_{n \to \infty} (f_n g_n) \text{ punktweise in } \overline{\mathbb{R}},$$

so daß die Meßbarkeit von fg aus Satz 2.1.9 (iv) folgt.