

Themenvorschläge Seminar Ergodentheorie

Stephan Fackler

11. April 2012

Das Seminar ist in drei Abschnitte gegliedert. Im ersten werden wir topologische dynamische Systeme und im zweiten maßerhaltende dynamische Systeme studieren. Im dritten Teil können optional nach Wunsch der Teilnehmer Anwendungen vorgestellt werden. Neben den Grundvorlesungen zusätzlich benötigte Kenntnisse sind mit (T) für Topologie, (FA) für Funktionalanalysis und (HA) für abstrakte Harmonische Analyse aufgeschlüsselt. Größtenteils sind inhaltliche Vorschläge und Literatur angegeben. Als Hauptquellen dienen uns die Lecture Notes von T. Tao und das Manuskript von Haase et al. Es lohnt sich in beiden Quellen zu lesen, auch wenn ich in der Regel nur eine Quelle angebe! Nach meiner subjektiven Meinung schwerere Themen sind mit einem (*) gekennzeichnet.

1 Topologische dynamische Systeme

(V1) Einführung in topologische dynamische Systeme (T)

- Definitionen & Beispiele [Tao08, Lecture 3]
- Einfache Wiederkehr [Tao08, Theorem 1, Lecture 3]
- Birkhoffscher Wiederkehrrsatz [Tao08, Lecture 3]

(V2) Der Zugang über Ultrafilter (1-2 Vorträge) (T) (*)

- Stone-Cech Kompaktifizierung [Tao08, Lecture 3]
- Mehrfache Wiederkehr [Tao08, Theorem 1, Lecture 4] & Satz von van der Waerden [Tao08, Theorem 2, Lecture 4]
- Mehrfacher Birkhoffscher Wiederkehrrsatz [Tao08, Theorem 3, Lecture 4]

(V3) Weitere topologische Wiederkehrrsätze [Tao08, Lecture 5] (T) (*)

- Polynomieller Satz von van der Waerden
- Satz von Ramsey, Hypergraph-Version

(V4) Isometrische Systeme & Erweiterungen [Tao08, Lecture 6] (T) (*)

2 Maßerhaltende dynamische Systeme

- (V5) Einführung in maßerhaltende dynamische Systeme (FA)
- Satz von Poincaré [Tao08, Theorem 1, Lecture 8]
 - Der Mittelergodensatz für Hilberträume [Tao08, Corollary 1, Lecture 8]
- (V6) Maximale & punktweise Ergodensätze [HEFN12, 4.4 & 4.5] (FA)
- Punktweiser Ergodensatz [HEFN12, Theorem 4.15] und Konsequenzen [HEFN12, Corollary 4.16]
 - Maximaler Ergodensatz [HEFN12, Theorem 4.25]
- (V7) Mittelergodische Operatoren [HEFN12, 4.6] (FA)
- [HEFN12, Theorem 4.31]
- (V8) Mischende Systeme (Mixing Systems) [HEFN12, Ch. 5] (*)
- Inhalt nach eigener Wahl

3 Anwendungen

- (V9) Ergodentheorie & Mechanik
- Hamiltonsche Systeme [Arn89, Section 15]
 - Satz von Liouville [Arn89, Section 16]
 - Eventuell etwas aus [AA68] nach eigener Wahl
- (V10) Ergodensätze für lokalkompakte topologische Gruppen [EW11, Ch. 8] (FA, HA) (**)
- Inhalt nach eigener Wahl
- (V11) Nilrotationen am Beispiel der Heisenberggruppe [EW11, Ch. 10] (FA, HA) (**)
- Inhalt nach eigener Wahl

Literatur

- [AA68] V. I. Arnold and A. Avez, *Ergodic problems of classical mechanics*, Translated from the French by A. Avez, W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1968. MR 0232910 (38 #1233)
- [Arn89] V. I. Arnold, *Mathematical methods of classical mechanics*, second ed., Graduate Texts in Mathematics, vol. 60, Springer-Verlag, New York, 1989, Translated from the Russian by K. Vogtmann and A. Weinstein. MR 997295 (90c:58046)
- [EW11] Manfred Einsiedler and Thomas Ward, *Ergodic theory with a view towards number theory*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 259, Springer-Verlag London Ltd., London, 2011. MR 2723325 (2012d:37016)

- [HEFN12] Markus Haase, Tanja Eisner, Bálint Farkas, and Rainer Nagel, *Ergodic theory - an operator-theoretic approach*, Manuscript, April 2012.
- [Tao08] Terence Tao, *Math 254a: Topics in ergodic theory*, 2008.