



Übungen Dynamische Systeme: Blatt 1

Die Übungen werden im Votiersystem abgehalten.

1. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig differenzierbar mit genau zwei Nullstellen $f(a) = f(b) = 0$ für $a < b$. Wir betrachten für $y_0 \in \mathbb{R}$ das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned}y'(t) &= f(y(t)) \\ y(0) &= y_0.\end{aligned}$$

Dieses besitzt nach der Vorlesung eine eindeutige maximale Lösung.

(a) Zeige, dass für $y_0 \in [a, b]$ die Lösung global ist. (1)

(b) Zeige, dass für $y_0 \in [a, b]$ die globale Lösung für $t \rightarrow \pm\infty$ konvergiert. Gegen welche Werte konvergiert die Lösung? (1)

2. In dieser Aufgabe betrachten wir das Differenzialgleichungssystem

$$\begin{cases}y_1'(t) &= -y_1^3(t) + y_1(t)y_2^2(t) \cosh(y_2(t)) \\ y_2'(t) &= -y_2(t) - y_1^2(t)y_2(t) \cosh(y_2(t)).\end{cases}$$

Zeige, dass das System für jeden Anfangswert eine eindeutige Lösung $y = (y_1, y_2) : I \rightarrow \mathbb{R}$ mit $I \supset [0, \infty)$ besitzt. (1)