



UNIVERSITÄT ULM
Abgabe:
24.06.10, vor der Übung

Prof. W. Arendt M. Gerlach Sommersemester 10
--

12 Punkte

Übungen zur Funktionalanalysis

Blatt 9

20. Es sei $-\infty < a < b < \infty$ und $a = t_0 < t_1 < \dots < t_n = b$ eine Partition des Intervalls $[a, b]$. Ferner sei $u \in C[a, b]$ mit $u|_{(t_{j-1}, t_j)} \in H^1(t_{j-1}, t_j)$ für alle $j = 1, \dots, n$. Zeige, dass $u \in H^1(a, b)$ mit $u'|_{(t_{j-1}, t_j)} = (u|_{(t_{j-1}, t_j)})'$ für alle $j = 1, \dots, n$. (4)
21. Es sei $u : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $u(x) := |x|$. Zeige, dass $u \in H^1(-1, 1)$ und bestimme die schwache Ableitung u' . (2)
22. Es sei $-\infty < a < b < \infty$. Wir definieren $H^2(a, b) := \{f \in H^1(a, b) : f' \in H^1(a, b)\}$. Zeige, dass (6)
- (a) $H^2(a, b)$ ein Hilbertraum ist bzgl. $(f | g)_{H^2} := (f | g)_{L^2} + (f' | g')_{L^2} + (f'' | g'')_{L^2}$.
 - (b) $H^2(a, b) \subset C^1[a, b]$.