



Übungen zur Analysis 1

Blatt 3

10. Bestimme das logische Gegenteil der folgenden Aussagen. (6)

- (a) Heute und morgen ist schönes Wetter.
- (b) Xaver oder Yvonne wird zum Semestersprecher gewählt.

Es seien Mengen A und B sowie eine Funktion $f : A \rightarrow B$ gegeben. Negiere die Aussage

- (c) $\forall y \in B \exists x \in A$ mit $f(x) = y$.

11. Es sei K ein Körper und $a, b, c, d \in K$ mit $b \cdot c \cdot d \neq 0$. Zeige, dass (8)

(a) $(-a) \cdot b = -(a \cdot b)$

(b) $\frac{a/b}{c/d} = \frac{ad}{bc}$

12. Es sei K ein Körper mit der Eigenschaft, dass $x \cdot x \neq -1$ für alle $x \in K$. Wir definieren (6)
 $C := K \times K$ und die Operationen

$$\begin{aligned} + : C \times C &\rightarrow C, & (x, y) + (\xi, \eta) &:= (x + \xi, y + \eta) \\ \cdot : C \times C &\rightarrow C, & (x, y) \cdot (\xi, \eta) &:= (x\xi - y\eta, x\eta + y\xi). \end{aligned}$$

Zeige, dass C mit diesen Operationen versehen ein Körper ist. Auf den Nachweis der Assoziativgesetze darf dabei verzichtet werden.

Hinweis: Die Eins ist leicht zu erraten. Um das Reziproke zu (x, y) zu finden, löse man das Gleichungssystem, das es erfüllen soll.

13. Wir betrachten einen Körper mit drei Elementen: Einem Nullelement 0 , einem Einselement 1 und einem weiteren Element Δ . Wie müssen in diesem Fall die Verknüpfungen $+$ und \cdot notwendigerweise definiert sein? Begründe alle Schritte. (6)

Auf den Nachweis, dass es sich bei dem gefundenen Objekt um einen Körper handelt, darf verzichtet werden.