



# UNIVERSITÄT ULM

Abgabe:  
Mi, 30.04.14  
in der Vorlesung

Dr. M. Kunze M. Gerlach Sommersemester 14
---

14 Punkte
-----------

---

## Übungen zur Elemente der Funktionalanalysis Blatt 1

---

1. Es sei  $X$  ein normierter Raum und  $Y \subset X$  ein Untervektorraum. Zeige, dass  $\overline{Y}$  ebenfalls ein Untervektorraum ist. (4)

2. Wir bezeichnen mit  $C_0(\mathbb{R})$  die Menge aller stetigen Funktionen  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit folgender Eigenschaft: Für alle  $\varepsilon > 0$  gibt es eine kompakte Menge  $K \subset \mathbb{R}$  derart, dass  $|f(x)| \leq \varepsilon$  für alle  $x \in \mathbb{R} \setminus K$ ; d.h.  $\lim_{|x| \rightarrow \infty} f(x) = 0$ . (6)

Zeige, dass  $C_0(\mathbb{R})$  versehen mit der Supremumsnorm  $\|\cdot\|_\infty$  ein Banachraum ist.

3. Zeige oder widerlege: (4)

$$U := \{(x_n) \in \ell^\infty : |x_n| < 1 \text{ für alle } n \in \mathbb{N}\}$$

ist eine offene Teilmenge von  $\ell^\infty$ .