



---

**Übungen zur Elemente der Funktionalanalysis** Blatt 8

---

- 20.** Es sei  $H$  ein Hilbertraum. Ein Operator  $T \in \mathcal{L}(H)$  heißt *normal*, falls  $TT^* = T^*T$ . Zeige, (4) dass Links- und Rechtsshift aus Aufgabe 6 auf  $\ell^2$  nicht normal sind.
- 21.** Es seien  $a < b$  und  $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  stetig differenzierbar.
- Zeige, dass  $f \in H^1(a, b)$  genau dann, wenn  $f, f' \in L^2(a, b)$ . (3)
  - Für welche  $\alpha \in \mathbb{R}$  ist die Funktion  $f(x) := x^\alpha$  in  $H^1(0, 1)$ ? (3)
- 22.** Es sei  $H$  ein Hilbertraum und  $y, z \in H$ . Zeige, dass durch  $(y \otimes z)(x) := \langle x, y \rangle z$  ein (4) beschränkter Operator auf  $H$  definiert wird und bestimme  $(y \otimes z)^*$ .