Universität Ulm

Dr. G. Baur
M. Gerlach
Wintersemester 12/13

Klausur Analysis IIa für Informatiker

1. (a) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $f(x) := e^{\sqrt{x}}$ auf $(0, \infty)$. (6)

(b) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $f(x) := \dfrac{3x^5 + 2x^3}{x^6 + x^4 + 1}$ auf $\mathbb{R}$. (6)

(c) Berechnen Sie den Wert des Integrals $\displaystyle\int_0^2 \frac{8}{4 + x^2}\,\mathrm{d}x$. (6)

2. Berechnen Sie die folgenden Funktionsgrenzwerte. (12)

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{\sinh(3x)}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x}\right)$

3. Entscheiden Sie, ob die Funktionenfolge (9)

$$f_n(x) := \frac{1}{n} \sin(n^2 e^{-\sqrt{x/n}})$$

auf $[0, \infty)$ gleichmäßig konvergiert.

4. Entwickeln Sie die Funktion (15)

$$f(x) := \frac{2 - 3x}{(x - 1)\left(x - \frac{1}{2}\right)}$$

in eine Potenzreihe um 0 und geben Sie deren Konvergenzradius an.

5. Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x, y) := e^{x^2 - 2x + y^2}$. (20)

(a) Berechnen Sie den Gradienten von f.

(b) Berechnen Sie die Richtungsableitung von f im Punkt $(0, 0)^T$ in Richtung des Vektors $(1, 1)^T$.

(c) Berechnen Sie die Hessematrix von f.

(d) Bestimmen und klassifizieren Sie alle lokalen Extremstellen von f.

6. Es sei $M := \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$ und $f : M \to \mathbb{R}$ durch $f(x, y) := x - y$ gegeben. (17)

(a) Skizzieren Sie die Menge M und geben Sie jeweils (ohne Begründung) an, ob sie abgeschlossen, offen, zusammenhängend und konvex ist.

(b) Entscheiden Sie, ob die Funktion f ein Maximum und ein Minimum besitzt und bestimmen Sie diese Werte gegebenenfalls.

7. Zeigen Sie, dass es keine Funktion $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $\nabla F = (y, -x)$ gibt. (9)