Universität Ulm

Dr. G. Baur
M. Gerlach
Wintersemester 12/13

Klausur Analysis II für Ingenieure

1. (a) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $f(x) := xe^{2x}$. (7)

(b) Berechnen Sie den Wert des Integrals $\displaystyle\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x}\, \mathrm{d}x$. (7)

2. Berechnen Sie die folgenden Funktionsgrenzwerte. (12)

(a) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

(b) $\displaystyle\lim_{x \to 0+} x \ln x$

3. Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch $f(x, y) := x^3 + y^3 - 3xy$ gegeben.

(a) Berechnen Sie den Gradienten von f. (5)

(b) Berechnen Sie die Richtungsableitung von f im Punkt $(1, 0)^T$ in Richtung des Vektors $(1, 2)^T$. (6)

(c) Berechnen Sie die Hessematrix von f. (5)

(d) Bestimmen und klassifizieren Sie alle lokalen Extremstellen von f. (6)

4. Es seien $B := \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1,\ y \geq 0\}$. (14)

(a) Skizzieren Sie die Menge B und geben Sie jeweils (ohne Begründung) an, ob sie abgeschlossen, offen, zusammenhängend und konvex ist.

(b) Berechnen Sie den Wert des Integrals $\iint_M y \, \mathrm{d}(x, y)$.

5. Es ist bekannt (und muss nicht begründet werden), dass die Funktion $f(x, y) := 2x+3y$ unter der Nebenbedingung $x^2+4y^2 = 1$ ein Maximum annimmt. Bestimmen Sie diesen Wert. (12)

6. Entscheiden Sie, ob die durch $f(x, y, z) := (2xy, x^2 + z, y + 2z)$ gegebene Funktion ein Gradientenfeld auf $\mathbb{R}^3$ ist und bestimmen Sie ggf. eine Stammfunktion von f. (14)

Berechnen Sie außerdem den Wert des Kurvenintegrals $\int_\gamma f$ für die durch

$$\gamma(t) := (\ln(t^2 + 1), \sin(t/2), \cos^2(t) - 1)^T$$

gegebene Kurve $\gamma : [0, \pi] \to \mathbb{R}^3$.

7. Lösen Sie das folgende System gewöhnlicher Differenzialgleichungen zum Anfangswert $x(0) = y(0) = 0$. (12)

$$\dot{x}(t) = y(t) + 2$$
$$\dot{y}(t) = x(t)$$