



Übungen zur Analysis 2

Bitte im Hochschulportal für die Vorleistung anmelden!

Zum Bestehen der Vorleistung sind mindestens 180 Übungspunkte erforderlich.

64. Berechne jeweils das Volumen der folgenden Mengen M . (2x2)

(a) $M := \left\{ (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \right\}$ für $a, b, c > 0$ fest.

(b) $M := \left\{ (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1 - \sqrt{x^2 + y^2} \right\}$

65. Berechne jeweils $\int_M f$ in den folgenden Fällen. (3x3)

(a) $M := \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$, $f(x, y, z) := \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

(b) $M := \left\{ \begin{pmatrix} 3x + 2y \\ -x + 2y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : x \in [1, 2], y \in [0, 1] \right\}$, $f(u, v) := uv$.

(c) $M := \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, x, y, z \geq 0\}$ für $R > 0$,
 $f(x, y, z) := \arctan \frac{y}{x}$.

66. Zeige, dass die durch (2)

$$f(x) := \int_1^2 \frac{\cos(xt)}{\sin(t)} dt$$

gegebene Funktion $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ integrierbar ist und berechne den Wert $\int_0^1 f(x) dx$.

67. Zeige, dass folgende Funktionen differenzierbar sind und bestimme ihre Ableitung. (2+3+4)

(a) $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := \int_1^2 \frac{\cos(xt)}{t} dt$

(b) $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := \int_1^{1+x^2} \frac{\cos(xt)}{t} dt$

(c) $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt$

Hinweis: Betrachte zunächst die Funktionenfolge $f_n(x) = \int_{1/n}^n e^{-t} t^{x-1} dt$.