



Übungen Dynamische Systeme: Hinweise zu Blatt 7

19. (a) Berechnen Sie zunächst die orbitale Ableitung von Φ und fassen Sie den Ausdruck, den Sie erhalten, möglichst weit zusammen. Um zu zeigen, dass der verbleibende Ausdruck höchstens Null ist, kann die *Ungleichung vom arithmetischen und geometrischen Mittel* sehr hilfreich sein. Diese lautet wie folgt:

Für Zahlen $a_1, \dots, a_n \geq 0$ ist das arithmetische Mittel stets größer oder gleich dem geometrischen Mittel, d.h. es gilt stets

$$\frac{a_1 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot \dots \cdot a_n}.$$

Um zu zeigen, dass V sogar eine *strikte* Ljapunov-Funktion ist, ist es hilfreich zu wissen, dass in der Ungleichung vom arithmetischen und geometrischen Mittel genau dann Gleichheit gilt, wenn alle Zahlen a_1, \dots, a_n gleich sind.

20. (a) Sie haben vermutlich schon festgestellt, dass man bei dieser Aufgabe mit Linearisierung nicht weiterkommt. Um die Aufgabe zu lösen, können Sie zum Beispiel wie folgt vorgehen: Zeigen Sie, dass

$$V(x, y) = \alpha x^2 + y^2$$

für eine geeignete Wahl von $\alpha > 0$ eine strikte Ljapunov-Funktion für die Differentialgleichung ist.